Klausur Beispiel zu Ende gerechnet: [SS2012]

Inverse Laplace Transformation von $\dfrac{-2s^2+18s-3}{s^3-s^2-8s+12}$ mit **Partialbruchzerlegung**

$$\frac{-2s^2+18s-3}{s^3-s^2-8s+12} = \frac{-2s^2+18s-3}{(s-2)^2(s+3)} \qquad =>$$

Fall 2: mindestens ein Wurzel hat eine höhere Vielfachheit als 1

$$\frac{-2s^2+18s-3}{(s-2)^2(s-2)(s+3)} = \frac{A}{(s-2)^2} + \frac{B}{(s-2)} + \frac{c}{(s+3)}$$

⇨ $\dfrac{A(s-2)(s+3)+B(s+3)(s-2)^2+c(s-2)(s-2)^2}{(s-2)^2(s-2)(s+3)}$ gemeinsame Nullstellen müssen an dieser Stelle immer weg bleiben. Hier muss man auch (s-2) weg lassen.

Also

$$\frac{A(s+3)+B(s+3)(s-2)+C(s-2)^2}{(s-2)^2(s+3)}$$

⇨ In der Vorlesung habe ich direkt

$-2s^2 + 18s - 3 = A(s + 3) + B(s + 3)(s - 2) + C(s - 2)^2$ geschrieben

NUN!

⇨ Für s = -3

$$-2(-3)^2 + 18(-3) - 3 = A(-3 + 3) + B(-3 + 3)(-3 - 2) + C(-3 - 2)^2$$

$$-75 = C(-5)^2$$

$$C = -3$$

⇨ Für s = 2

$$-2(2)^2 + 18(2) - 3 = A(2 + 3) + B(2 + 3)(2 - 2) + C(2 - 2)^2$$

$$25 = A(5)$$

$$A = 5$$

⇨ Für s = 7(diese müssen Sie geschickt aussuchen um Ihre Lösungsweg zu vereinfachen)

$$-2(7)^2 + 18(7) - 3 = A(7 + 3) + B(7 + 3)(7 - 2) + C(7 - 2)^2$$

$$25 = 10A + 50B + 25C$$

$$25 = 10(5) + 50B + 25(-3)$$

$$25 = 50 + 50B - 75$$

$$50 = 50B$$

$$B = 1$$

⇨ Also $\frac{A}{(s-2)^2} + \frac{B}{(s-2)} + \frac{c}{(s+3)} = \frac{5}{(s-2)^2} + \frac{1}{(s-2)} - \frac{3}{(s+3)}$

$$L^{-1}\left\{\frac{5}{(s-2)^2} + \frac{1}{(s-2)} - \frac{3}{(s+3)}\right\} = 5te^{2t} + e^{2t} - 3e^{-3t}$$

$$\underline{5te^{2t} + e^{2t} - 3e^{-3t}}$$