Aufgabe 1 (Reihen und Folgen) 2+2+2+3=9 Punkte

Welche der angegebenen Folgen sind konvergent (d.h. besitzen die einen Grenzwert), welche sind divergent?

a.) Konvergenz? Untersuchen Sie die Reihe mit Wurzelkriterium.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(2n+1)^n}$$

b.) Untersuchen Sie die Reihe auf Konvergenz.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$$

c.) Untersuchen Sie die Reihe auf Konvergenz.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$

d.) **Nur L'Hospital Regel** - Konvergenz?

$$\lim_{n \to 1} \frac{\ln x}{x-1}$$

Aufgabe 2 (Vollständige Induktion und Taylorreihen) 4+4+5=13 Punkte

a.) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass

$$\sum_{k=1}^{n} n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

b.) Bestimmen Sie den Konvergenzradius in x:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^5 3^n}$$

c.) Geben Sie die ersten drei nicht verschwindenden Glieder der Taylorreihenentwicklung der Funktion f(x) um den Punkt $x_0 = 0$ an:

$$f(x) = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$$

Aufgabe 3 (Laplace Transformation) 4 Punkte

Bestimmen sie mit Hilfe der Definitionsgleichung der Laplace-Transformation die Bildfunktionen folgender Funktionen:

$$e^{-3t}\sin(wt)$$

Aufgabe 4 (Inverse -Laplace Transformation) 4 Punkte

Wie lauten die dazugehörigen Originalfunktionen?

$$F(s)\frac{s+2}{s^2+2s-3}$$

Aufgabe 5 (Fourier Reihen) 10 Punkte

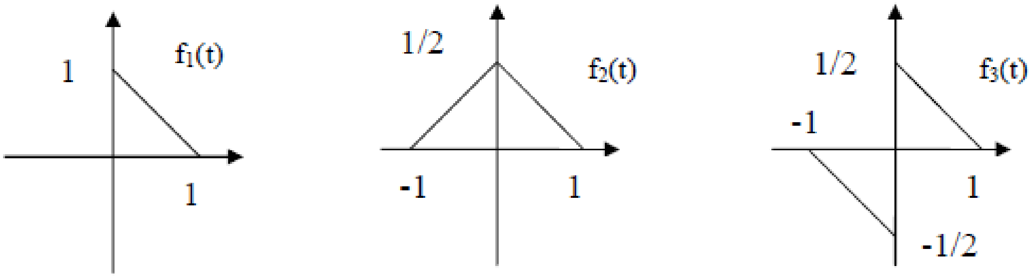
a.) Berechnen Sie die Koeffizienten der Fourier Reihe folgender Funktion

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{für} \quad 0 < x < 2\pi \\ \pi & \text{für} \quad x = 0 \end{cases}$$

b.) Berechnen Sie die Fourier Reihe von f(x)!

Aufgabe 6 (Fourier Transformation) 10 Punkte

Gegeben sind die 3 Funktionen



Stellen Sie die Gleichungen der Funktionen $f_1(t), f_2(t) und\ f_3(t)$ auf und berechnen Sie die Fourier Transformierten $f_1(\omega), f_2(\omega) und\ f_3(\omega)$.