

Algorithmische Anwendungen WS 2004/2005

Praktikum 3: Aufgabe 1: Optimale Klammerung einer Matrixkette

Aufgabe 2: Powertest für den Brute Force- und den DP-Algorithmus

Abnahme: A1, B1: 15.12.04 C1, A2: 17.12.04 B2, C2: 22.12.04

Literatur: Ala-Skript Kapitel 3.2 und Algorithmik-Skript Kapitel 1.2.4

Aufgabe 1 (Berechnung optimaler Klammerstrukturen für Matrixketten)

- a) Schreiben Sie einen Algorithmus, der die $m[i,j]$ -Tabelle des Matrixketten-Problems nach der **Brute-Force**-Methode füllt. Verwenden Sie die Rekursionsgleichung

$$m[i, j] = \begin{cases} 0 & \text{if } i = j \\ \min_{i \leq k < j} \{m[i, k] + m[k + 1, j] + p_{i-1} \cdot p_k \cdot p_j\} & \text{if } i < j \end{cases}$$

aus der Vorlesung (Folie 3.2/29) und berechnen Sie die $m[i,j]$ -Werte ($i = 1, 2, \dots, n$, $i \leq j \leq n$) **rekursiv**. Erklären Sie, warum dieser rekursive Brute Force-Algorithmus exponentielle Laufzeit hat?

- b) Schreiben Sie einen Algorithmus, der die $m[i,j]$ - und $s[i,j]$ -Tabellen für $i = 1, 2, \dots, n$, $i \leq j \leq n$ mit Hilfe der **Dynamischen Programmierung** (DP) berechnet (siehe auch Folie 3.2/36). Führen Sie für den DP-Algorithmus eine **asymptotische Analyse** durch (siehe auch Folie 3.2/33).
- c) Erklären Sie das Prinzip des **Bottom-Up**-Ansatzes anhand des unter b) implementierten DP-Algorithmus.
- d) Schreiben Sie eine Anwendung, mit der Sie die Dimensionen von n kompatiblen Matrizen $A_{1..n}$ interaktiv eingeben können. Die optimale Klammerstruktur soll mit dem Algorithmus *Print-Optimal-Parens*(s, i, j) (Folie 3.2/52) ausgegeben werden. Geben Sie auch die Anzahl der skalaren Multiplikationen aus. Die Matrix-Multiplikationen selbst sollen nicht programmiert werden.

Aufgabe 2 (Experimentelle Analyse mit Powertest)

Führen Sie für die Algorithmen *rekursive Brute Force-Methode* (a) und *Dynamische Programmierung* (b) Powertests durch. Stellen Sie die Ergebnisse grafisch dar.

Messen Sie für den Powertest die **Zeit** der Ausführung. Wiederholen Sie dazu den Test vielfach für eine große Anzahl von Matrizen, damit die gemessenen Zeiten statistisch relevant sind. Zählen Sie keine Operationen im Programmcode!

Informationen über den Powertest finden Sie in Kapitel 1.2.4, Skript vom 23.03.2004 auf meiner Homepage, Login mit „algorithmik“ und bekanntem Passwort.