

Algorithmische Anwendungen WS 2005/2006

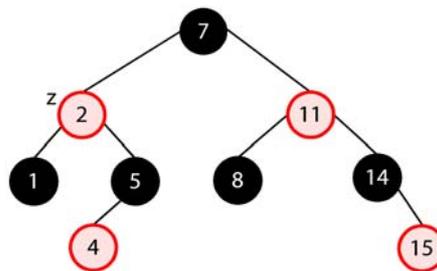
- Praktikum 3:**
- Aufgabe 1:** Einfügen eines Knotens in einen Rot-Schwarz-Baum
 - Aufgabe 2:** Erklärungen für die Beobachtungen auf Folie 2.1/66
 - Aufgabe 3:** Zeige wie RB-DELETE-FIXUP die Eigenschaften 2 und 4 „repariert“
 - Aufgabe 4:** Beispiele zum Löschen von Knoten
 - Aufgabe 5:** Einfügen und Löschen mehrerer Knoten

Literatur: Kapitel 2.1 des Vorlesungsskripts
Cormen. Kapitel 13, Red-Black-Trees

Das müssen Sie
für Praktikum 3
lesen und wissen!

Aufgabe 1 (Einfügen eines Knotens)

Gegeben ist folgender Rot-Schwarz-Baum:



- a) Fügen Sie den Schlüssel 9 ein und prüfen Sie die Rot-Schwarz-Eigenschaften. Verfolgen und erklären Sie Schritt für Schritt den Ablauf der Pseudocodes RB-INSERT und RB-INSERT-FIXUP. Prüfen Sie alle Bedingungen für den Aufruf der Funktionen und für die Ausführung der Fälle. Skizzieren Sie den Ablauf auf Papier anhand des Beispiels.
- b) Fügen Sie in den unter a) entstandenen Baum den Schlüssel 17 ein. Verfolgen Sie ebenfalls den Ablauf der Pseudocodes für die Funktionen RB-INSERT und RB-INSERT-FIXUP. Zeichnen Sie die RS-Bäume mit allen Zwischenschritten.

Hinweis: Beachten Sie, dass in der then-Klausel von RB-INSERT-FIXUP (Zeilen 3-14) *left* und *right* vertauscht werden müssen, falls $p[z]$ rechter (und nicht linker) Sohn seines Vaters $p[p[z]]$ ist. Siehe auch Zeile 15.

Aufgabe 2 (Erklärungen für die Beobachtungen auf Folie 2.1/66)

Arbeiten Sie das Skript zu Kapitel 2.1 durch (Folien 52-74).

- a) Analysieren Sie die Pseudocodes der beiden Funktionen RB-DELETE(T, z) und RB-DELETE-FIXUP(T, x). Erklären Sie Beobachtung 1 auf Folie 2.1/66: „Innerhalb der while-Schleife von RB-DELETE-FIXUP ist x immer ein *schwarz-schwarz*-Knoten, und x ist nicht die Wurzel.“ Erklären Sie genau, warum das so ist.
- b) Erklären Sie Beobachtung 2 auf Folie 2.1/66: „Da x *schwarz-schwarz* ist, kann w nicht der Sentinel $\text{nil}[T]$ sein.“

Aufgabe 3 (RB-DELETE-FIXUP „repariert“ Eigenschaften 2 und 4)

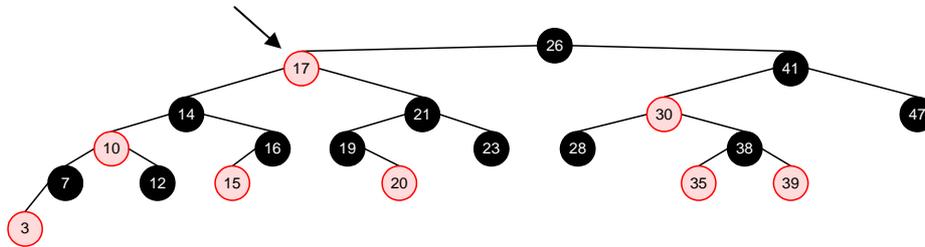
- a) Erklären Sie, warum nach Ausführung der while-Schleife in RB-DELETE-FIXUP die Wurzel des Baumes schwarz sein muss, d.h. Eigenschaft 2 ist erfüllt.
- b) Erklären Sie, warum nach der Ausführung der while-Schleife in RB-DELETE-FIXUP keine zwei roten Knoten aufeinander folgen können, d.h. Eigenschaft 4 ist erfüllt.

Hinweis:

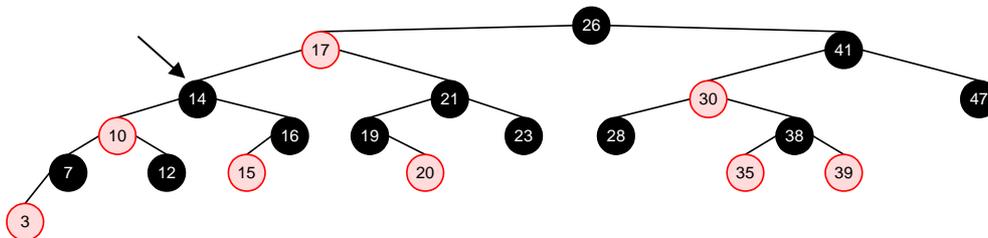
Lösen Sie die Aufgaben a) und b) anhand von Beispielen. Zeichnen Sie für die 4 Fälle in RB-DELETE-FIXUP die Situationen vor und nach der Anwendung der jeweiligen Fälle.

Aufgabe 4 (Löschen eines Knotens)

- a) Löschen Sie aus dem folgenden Rot-Schwarz-Baum den Knoten 17 und führen reorganisieren Sie den Baum schrittweise. Erklären Sie genau die einzelnen Schritte. Verfolgen und erklären Sie die Fälle der Funktion RB-DELETE-FIXUP.



- b) Löschen Sie aus dem folgenden Rot-Schwarz-Baum den Knoten 14 und reorganisieren Sie den Baum.

**Aufgabe 5** (Einfügen und Löschen mehrerer Knoten)

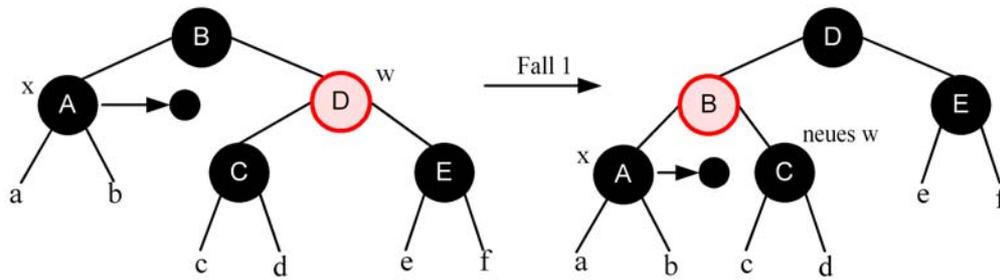
- a) Zeichnen und erklären Sie die Rot-Schwarz-Bäume, die durch Einfügen der Schlüssel 41, 38, 31, 12, 19, 8 – in genau dieser Reihenfolge – in den anfangs leeren Baum entstehen.
- b) Zeichnen und erklären Sie die Rot-Schwarz-Bäume, die durch Löschen der Schlüssel 8, 12, 19, 31, 38, 41 – in genau dieser Reihenfolge – aus dem unter a) konstruierten Baum entstehen.

Hinweis

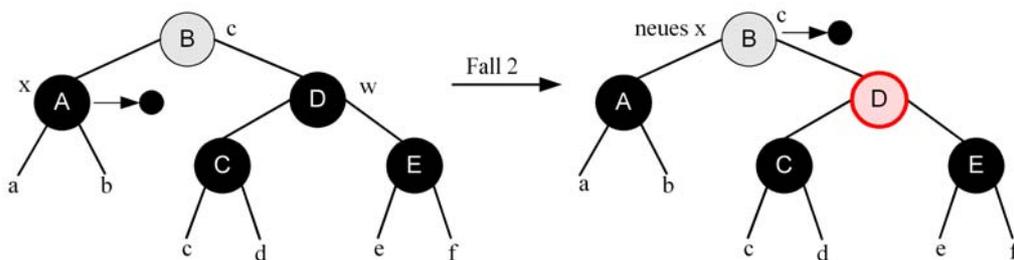
Erstellen Sie zu allen Aufgaben eine ausführliche und genaue schriftliche Dokumentation und bringen Sie einen Ausdruck davon zum Praktikum mit!

Die vier Fallunterscheidungen in RB-DELETE-FIXUP(T, x):

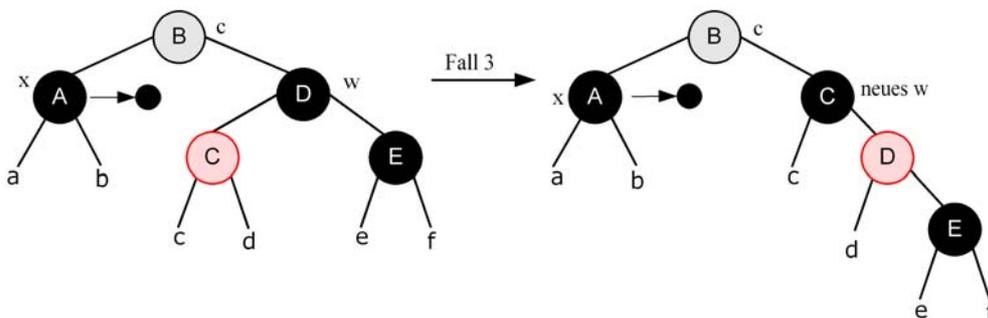
Fall 1: x's Bruder w ist rot



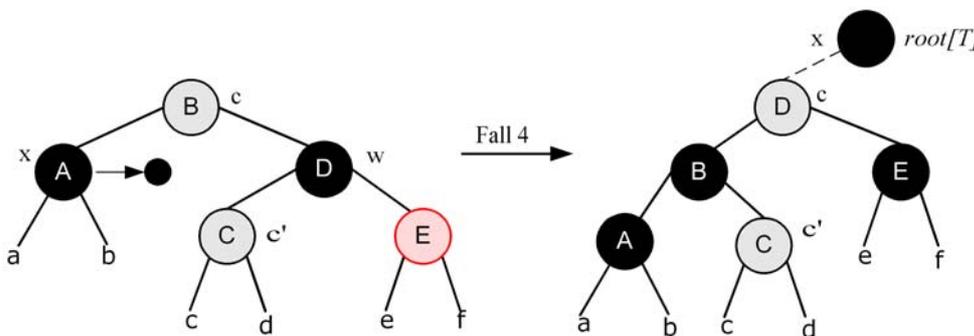
Fall 2: x's Bruder w ist schwarz und beide Kinder von w sind schwarz



Fall 3: x's Bruder w ist schwarz, w's linkes Kind ist rot und w's rechtes Kind ist schwarz



Fall 4: x's Bruder w ist schwarz und das rechte Kind von w ist rot



Graue Knoten (z.B. in Fall 4 links B u. C) können ROT oder SCHWARZ sein!