

Arbeitsblatt 12

Kapitel 11.3: Chinesischer Restsatz

Aufgabe 1

Finde alle Lösungen der Gleichungen

$$x \equiv 4 \pmod{5}$$

$$x \equiv 5 \pmod{11}$$

Aufgabe 2

Finde alle Integerzahlen x , welche die Reste 1, 2, 3 bei Division durch 9, 8, 7 haben.

Aufgabe 3

Prüfe für einen konkreten Text, z.B. $x = 13$, ob für $e = 3$ und $d = 3$ die Funktionen

$$E(x) = x^e \pmod{15}$$

$$D(x) = x^d \pmod{15}$$

invers sind.

Lösung Aufgabe 1

Finde alle Lösungen der Gleichungen

$$x \equiv 4 \pmod{5}$$

$$x \equiv 5 \pmod{11}$$

Stelle eine Tabelle auf für $x \pmod{55}$

4 (mod 5)	4	9	14	19	24	29	34	39	44	49	54		
5 (mod 11)	5	16	27	38	49	50							

Damit ist $x = 49$ eine Lösung

Lösung Aufgabe 2

Finde alle Integerzahlen x , welche die Reste 1 (mod 9), 2 (mod 8), 3 (mod 7) haben.

Stelle eine Tabelle auf für $x \pmod{9 \cdot 8 \cdot 7} = x \pmod{504}$

1 (mod 9)	1	10	19	28	37	46	55	64	73	82	91	100	109
2 (mod 8)	2	10	18	26	34	42	50	58	66	74	82	90	98
3 (mod 7)	3	10	17	24	31	38	45	52	59	66	73	80	87

1 (mod 9)	118	127	136	145	154	163	172	181	190	199	208	217	226
2 (mod 8)	106	114	122	130	138	146	154	162	170	178	186	194	202
3 (mod 7)	94	101	108	115	122	129	136	143	150	157	164	171	178

1 (mod 9)	235	244	253	262	271	280	289	298	307	316	325	334	343
2 (mod 8)	210	218	226	234	242	250	258	266	274	282	290	298	306
3 (mod 7)	185	192	199	206	213	220	227	234	241	248	255	262	269

1 (mod 9)	352	361	370	379	388	397	406	415	424	433	442	451	460
2 (mod 8)	314	322	330	338	346	354	362	370	378	386	394	402	410
3 (mod 7)	276	283	290	297	304	311	318	325	332	339	346	353	360

1 (mod 9)	469	478	487	496									
2 (mod 8)	418	426	434	442	450	458	466	474	482	490	498		
3 (mod 7)	367	374	381	389	406	413	420	427	434	441	448	455	462

1 (mod 9)													
2 (mod 8)													
3 (mod 7)	469	476	483	490	497								

Damit ist $x = 10$ eine Lösung

Lösung Aufgabe 3

Prüfe für einen konkreten Text, z.B. $x = 13$, ob für $e = 3$ und $d = 3$ die Funktionen

$$E(x) = x^e \bmod 15$$

$$D(x) = x^d \bmod 15$$

invers sind.

$$E(13) = 13^3 \bmod 15 = 2197 \bmod 15 = 7$$

$$D(7) = 7^3 \bmod 15 = 343 \bmod 15 = 13$$

Damit sind die Funktionen $x^3 \bmod 15$ und $x^3 \bmod 15$ invers.