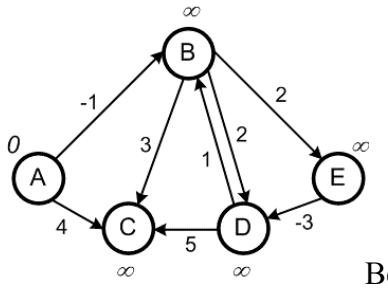
Übung 5 - Graphen

Aufgabe 5.1

Gegeben ist folgender Graph G = (V, E). Bestimmen Sie mit dem Bellman-Ford-Algorithmus $\delta(A, v)$ für alle $v \in V$. Stellen Sie die Lösung in einer Tabelle dar, in der jede Zeile einem Relaxschritt entspricht. Die Kantenreihenfolge sei folgende:

(B,E), (D,B), (B,D), (A,B), (A,C), (D,C), (B,C), (E,D)



Start

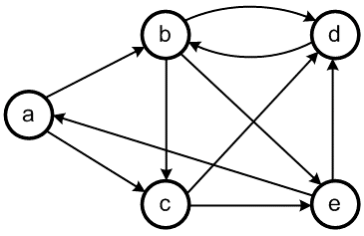
A	B	C	D	E
0	∞	∞	∞	∞

Bell-Ford-Algorithmus

```
1     d[s] ← 0
2     for each v ∈ V – {s}
3       do d[v] ← ∞
4     for i ← 1 to |V| -1  do
5       for each edge (u, v) ∈ E  do
6        if d[v] > d[u] + w(u, v)  then
7             d[v] ← d[u] + w(u, v)
8             π[v] ← u
9     for each edge (u, v) ∈ E
10      do if d[v] > d[u] + w(u, v)
11           then report that a negtive-weight cycle exists.
```

Aufgabe 5.2

Erstelle zu folgendem Graphen G die Inzidenzmatrix:



Die Inzidenzmatrix B, die auch als Kanten-Knotenmatrix bezeichnet wird, eines gerichteten Graphen G = (V, E) ist eine |V| × |E| Matrix B = (b_{ij}) so dass gilt:

$$b_{ij} = \begin{cases} -1 & \textit{Kante j führt aus Knoten i heraus} \\ 1 & \textit{Kante j führt zum Knoten i hin} \\ 0 & \textit{sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 5.3

Erklären Sie, welche Informationen über den Graphen aus der Inzidenzmatrix abgelesen werden können.

Aufgabe 5.4

Sei B^T die Transponierte der Inzidenzmatrix B. Berechnen Sie die Matrizen B^T und das Matrixprodukt BB^T. Beschreiben Sie, welche Einträge das Matrixprodukt BB^T repräsentiert.

Aufgabe 5.5

Formuliere das *single-pair shortest-path problem* als lineares Programm.

Das *single-pair shortest path problem* lautet: Finde einen kürzesten Weg von einem Knoten u zu einem Knoten v. Bemerkung: Es ist kein Algorithmus bekannt, der dieses Problem asymptotisch schneller löst als der beste *single-source-Algorithmus*.

Aufgabe 5.6

Kann irgendein *Kürzeste-Wege-Gewicht* von dem neuen Knoten v_0 in einem Constraint Graphen positiv sein? Erklären Sie.