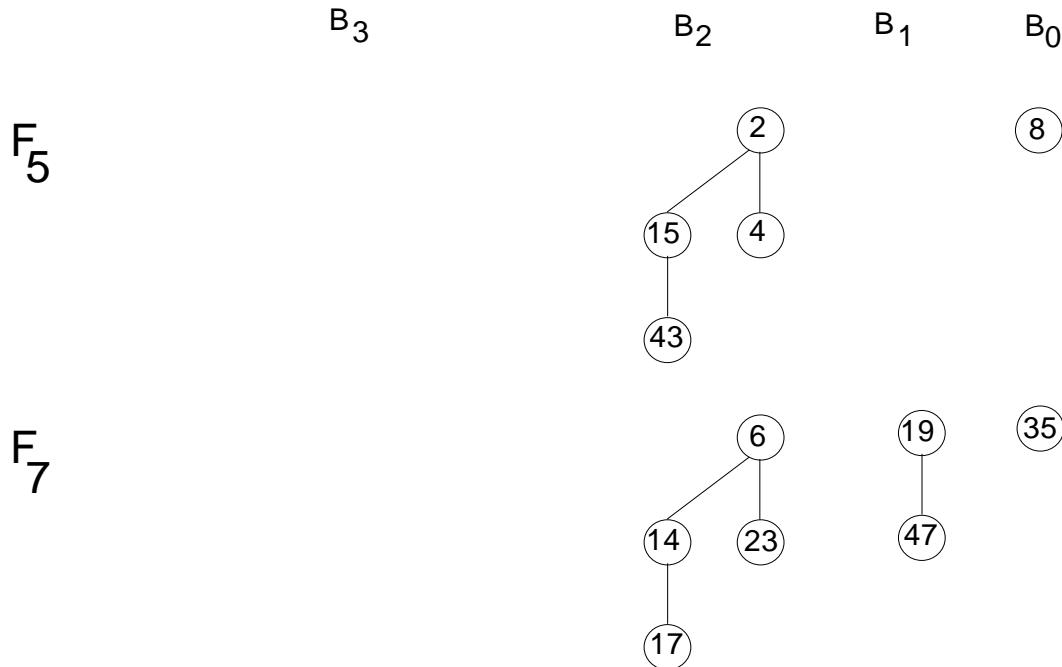


## Übung: Priority Queues

### Aufgabe 1 ( Verschmelzen zweier Binomialheaps )

Verschmelzen Sie die folgenden zwei Binomialheaps  $F_5$  und  $F_7$  nach dem Prinzip der Addition von Dualzahlen.



### Aufgabe 2 ( Entfernen eines Knotens aus einem Binomialheap )

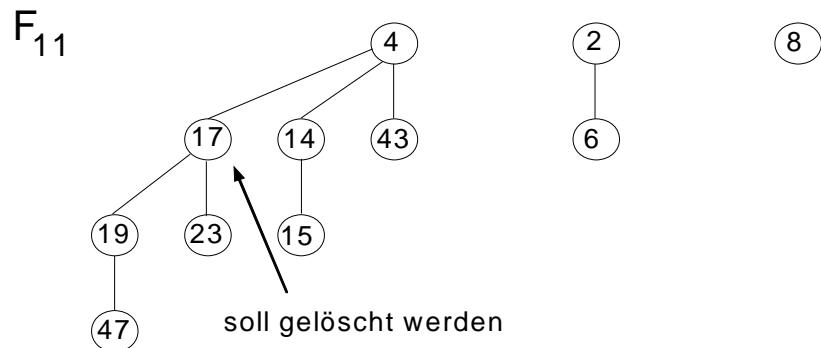
*Algorithmus*

Sei  $B_i$  Binomialbaum im Binomialheap  $F_N$ , und der zu löschenende Schlüssel  $k$  komme in dem Binomialbaum  $B_i$  vor.

1. Entferne  $B_i$  aus  $F_N$ .  
→ Es bleibt ein Binomialheap  $F_{N1}$  mit  $N_1 = N - 2^i$  Knoten übrig.
2.  $B_i$  besteht aus zwei Exemplaren  $B_{i-1}$ : einem linken Teilbaum  $B_{i-1}^l$  und einem rechten Teilbaum  $B_{i-1}^r$   
Schlüssel  $k$  sei in  $B_{i-1}^l$  → Bilde neuen Binomialheap  $F_{N2}$ , in den zunächst  $B_{i-1}^r$  aufgenommen wird;  
Schlüssel  $k$  sei in  $B_{i-1}^r$  → Nehme in  $F_{N2}$  zunächst  $B_{i-1}^l$  auf.
3. Zerlege  $B_{i-1}$  wie unter 2.

4. Führe Schritt 2. und 3. bis zu einem Binomialbaum  $B_j$  aus, der den Schlüssel  $k$  als Wurzel hat.
- Entferne die Wurzel  $k$  und nimm die Teilbäume  $B_{j-1}, \dots, B_0$  der Wurzel  $k$  noch zu  $F_{N2}$  hinzu.

Führen Sie die in dem Algorithmus aufgeführten einzelnen Schritte an folgendem Beispiel durch: entfernen Sie den Knoten 17. Geben Sie die Binomialbäume an, aus denen  $F_{N2}$  gebildet wird.

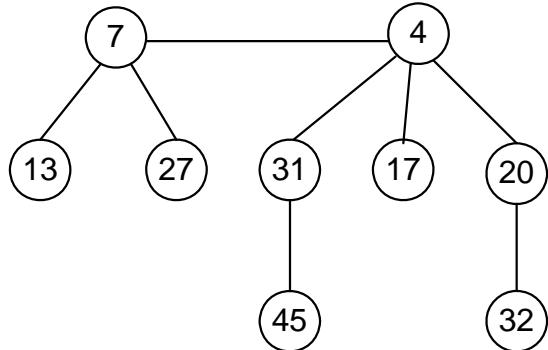


### Aufgabe 3 (Fibonacci-Heaps)

- (a) Zeichnen Sie einen Fibonacci-Heap mit kleinster Knotenzahl und Wurzeln vom Rang 1 und 4.
- (b) Wieviele Knoten hat der Fibonacci-Heap?

#### Aufgabe 4

Gegeben ist folgender Fibonacci-Heap:



Der Knoten 4 soll gelöscht werden. Führen Sie dazu die einzelnen Schritte durch.

#### Aufgabe 5

- Erzeugen Sie einen Fibonacci-Heap durch iteriertes Einfügen der Schlüssel 7, 13, 27, 4, 31, 17, 20, 45, 32
- Löschen Sie aus dem unter a) konstruierten Fibonacci-Heap das Minimum.