Aufgabe 1 (Berechenbarkeit, Entscheidbarkeit, und mehr ...)

Lit.: Kapitel 1.1 der Vorlesung

Welche der folgenden Probleme/Funktionen sind *entscheidbar* bzw. *berechenbar*? Welche Probleme/Funktionen sind nicht entscheidbar bzw. nicht berechenbar? Begründen Sie Ihre Antworten. Programmieren Sie die berechenbaren Funktionen. Recherchieren Sie in der Literatur und im Internet. Geben Sie in Ihrer schriftlichen Dokumentation alle Quellen, die Sie für diese Aufgabe benutzen.

- die n-te Primzahl
- die Zahl pi
- die Ackermann-Funktion: $$\begin{aligned} A(0,m) &= m+1 \\ A(n,0) &= A(n-1,1) \\ A(n,m) &= A(n-1,A(n,m-1)) \end{aligned}$$
- Die Funktion g(n), die wie folgt definiert ist. Sei f_1, f_2, f_3, ... eine Abzählung der berechenbaren Funktionen von N nach N (nat. Zahlen). $g : \mathrm{N} \to \mathrm{N}, g(n) = f_n(n) + 1$
- Die Funktion f(n,m): $\begin{aligned} f(n,0) &= n \\ f(n,m) &= f(n,m-1)+1 \end{aligned}$ Was berechnet die Funktion?
- Eine natürliche Zahl n heißt *wundersam*, wenn es eine natürliche Zahl k gibt mit:

  g^k (n) = 1. $g(n) = \begin{cases} \frac{1}{2}n & \text{falls n gerade} \\ 3n+1 & \text{falls n ungerade} \end{cases}$

  g^k(n) bedeutet, dass die Funktion g k mal angewendet wird, in diesem Fall solange, bis bis g das Ergebnis 1 liefert.

  Ist g(15) wundersam? Programmieren Sie einen Algorithmus, der für eine gegebene Zahl n entscheidet, ob sie wundersam ist oder nicht.
- Jede natürliche Zahl ist *wundersam*.

Tipp für alle Windows-Benutzer: Die FH Köln stellt eine kostenlose Campus-Lizenz für das sehr zu empfehlende Literaturverwaltungs- und Wissenorganisationsprogramm ***Citavi*** zur Verfügung. Die Mac-Version ist angekündigt. Hier die Links dazu:

http://www.citavi.com/

http://www.campus-it.fh-koeln.de/informationen/dienste/software/weitere/00790/index.html