

Aufgabe 13.1

Betrachten Sie eine Welt, die durch die Zufallsvariablen *Wetter*, *Zahnschmerzen* und *Loch* vollständig beschrieben wird. Definieren Sie eine vollständige gemeinsame Wahrscheinlichkeitsverteilung, die den individuellen Glauben des Agenten über diese Welt spezifiziert. Berechnen Sie auch die marginalen Wahrscheinlichkeiten. Diskutieren Sie die Tabelle bezüglich des Glaubens des Agenten (→ Kap. 13.2.3)

Aufgabe 13.2

In dieser Aufgabe geht es um die Frage, wozu man die 3 Wahrscheinlichkeitsaxiome braucht:

1. Alle Wahrscheinlichkeiten liegen zwischen 0 und 1. Für jede Aussage a gilt:

$$0 \leq P(a) \leq 1$$

2. Gültige Aussagen haben die Wahrscheinlichkeit 1, unerfüllbare Aussagen haben die Wahrscheinlichkeit 0.

$$P(\text{true}) = 1 \quad P(\text{false}) = 0$$

3. Die Wahrscheinlichkeit einer Disjunktion ist gegeben durch

$$P(a \vee b) = P(a) + P(b) - P(a \wedge b)$$

Die Axiome kann man als Beschränkung der Menge probalistischer Glauben betrachten, die ein Agent besitzen kann. Ein logischer Agent kann z.B. nicht gleichzeitig A , B und $\neg(A \wedge B)$ glauben. Im logischen Fall gilt außerdem dass bei einer Konjunktion mindestens einer der drei zuvor erwähnten Glauben A , B und $\neg(A \wedge B)$ *in der Welt falsch sein muss*; deshalb ist es nicht sinnvoll, dass ein Agent alle drei glaubt. Hier wird der Wahrscheinlichkeitsbegriff dahingehend erweitert, indem die Wahrscheinlichkeit von Aussagen definiert wird, wobei die Wahrscheinlichkeit ein Maß für die Plausibilität der Aussage ist. Die Wahrscheinlichkeit gibt die Plausibilität von Aussagen an, durch sie wird der Zustand des Wissens über eines Aussage ausgedrückt. Der Glaube ist die Plausibilität einer Aussage aus der Sicht des Agenten. Bei Wahrscheinlichkeiten beziehen sich die Aussagen nicht direkt auf die Welt, sondern auf den eigenen Wissenszustand des Agenten; jeder Agent kann einen eigenen individuellen Wissenszustand haben.

Die **Frage** ist: „Warum kann oder sollte ein Agent nicht folgende Glaubensmenge besitzen, die offensichtlich Axiom 3 verletzt?

$$P(a) = 0,4 \quad P(a \wedge b) = 0,0$$

$$P(b) = 0,3 \quad P(a \vee b) = 0,8$$

Die Frage war Thema jahrzehntelanger Debatten, in denen die Verwendung von Wahrscheinlichkeiten als legitime Form für Glaubensgrade verteidigt und in Frage gestellt wurden. Es gibt starke philosophische Argumente von Cox (1946) und Carnap (1950), aber auch praktische Demonstrationen.

Heute wird die Wahrscheinlichkeitstheorie sehr erfolgreich bei Schlussystemen verwendet, und die obigen drei Axiome werden eingesetzt, um Inferenzen zu erzielen.

Lesen Sie das Kapitel 13.3.2 im Buch von Russell und diskutieren Sie mit den dort angeführten Argumenten die obige Frage.

Cox, R. T. (1946) *Probability, frequency, and reasonable expectation*. American Journal of Physics, 14 (1), S1-13

Carnap, R. (1950). *Logical Foundations of Probability*. University of Chicago Press, Chicago.

Carnap, Rudolf u. Wolfgang Stegmüller. (1959) *Induktive Logik und Wahrscheinlichkeit*. Springer, 1959

Aufgabe 13.3

Der Campus Gummersbach der FH Köln hat 1000 Studierende. Es wurde eine Umfrage unter allen Studierenden gemacht.

Die folgende Matrix gibt Aufschluss darüber, wie die Raucher/Raucherinnen auf die Studierenden verteilt sind.

	B : weiblich	$\neg B$: männlich	Summe
A : Raucher	410	397	807
$\neg A$: Nichtraucher	114	79	193
Summe	524	476	1000

- Berechnen Sie die relativen Häufigkeiten und tragen sie diese in eine neue Matrix ein.
- Benutzen Sie den Zusammenhang zwischen einer Vierfeldtafel und den Baumdiagrammen um die Bäume zu zeichnen.
- Berechnen Sie die fehlenden bedingten Wahrscheinlichkeiten und tragen Sie diese in die Baumdiagramme ein.
- Aus der Gesamtheit aller Studierenden wird eine Person zufällig ausgewählt.
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit raucht die Person nicht?
 - Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Person weiblich?
 - Falls eine ausgewählte Person nicht raucht, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist sie männlich?
 - Falls eine ausgewählte Person weiblich ist, mit welcher Wahrscheinlichkeit raucht sie?
 - Besteht ein Zusammenhang zwischen Geschlecht und Rauchen?