

V 2023-10-11

Mittwoch, 11. Oktober 2023 08:55

Mathematik 1 INF/ITM/MI

Wolfgang Koenen, Sprechstunde Mi, 11⁴⁵ - 12³⁰

Raum 3.230

außer Mi 18. 10. → 14⁰⁰ - 14⁴⁵

Webseite <https://blogs.gm.fh-koeln.de/koenen/de>

MA1: 3V + 2Ü + 1P

└──────────────────┘
Anwesenheit
freiwillig

└──────────┘
Anwesenheit
verpflichtend

Einf. Prakt (Elmar Lau)

Mi 18.10., 15⁰⁰ - 17⁰⁰ RO.401 PFLICHT

Aussagenlogik

Bsp zu Aussage (form)

	Aussage	Aussageform
A: Alle Menschen sind Brüder	✓	—
B: Dieses Skript hat 1000 Worte	✓	—
C: Wie spät ist es?	—	—
D: $2+2=4$	✓	—
E: $x+7=9$	—	✓
F: $x > 2$	—	✓
G: $(x+2)^2$ ist <u>Term</u>	—	—

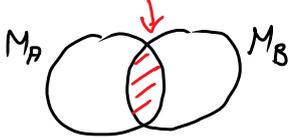
Mnemotechnisch: Wie merkt man sich \wedge und \vee ?

$A \wedge B$ A, B sind Aussagen

$A \vee B$ Aussagen

$M_A \cap M_B$ M_A und M_B sind Mengen

$A \cup B$



$A \Rightarrow B$

A	B	$A \Rightarrow B$	$\bar{A} \vee B$	$\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$
0	0	1	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	1	1	1	1

~~$A \Rightarrow B$~~
 ~~$B \Rightarrow A$~~

"Wenn Weihnachten und Neujahr am gleichen Tag, dann $\left\{ \begin{array}{l} 2+2=4 \\ 2+2=5 \end{array} \right.$

Sei m ein Mann

Wenn m einen Sohn hat, ist m Vater
 $A \Rightarrow B$

Wahre Aussage. Die Umkehrung $B \Rightarrow A$ gilt nicht
(denn: "Wenn m Vater ist, hat er Sohn" ist falsch)

Was dagegen gilt ist

- m hat keinen Sohn oder m ist Vater $\bar{A} \vee B$
- Wenn m nicht Vater ist, dann hat er keinen Sohn $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$

A	B	C	$B \wedge \bar{C}$	$A \vee (B \wedge \bar{C})$	$B \Rightarrow C$	$\bar{A} \wedge (B \Rightarrow C)$
0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	1	0

↑
negiert

$$\boxed{A \vee (B \wedge \bar{C}) \quad \Leftrightarrow \quad \bar{A} \wedge (B \Rightarrow C)}$$

De Morgan
 \Leftrightarrow

$$\bar{A} \wedge \overline{(B \wedge \bar{C})}$$

De Morgan
 \Leftrightarrow

$$\bar{A} \wedge (\bar{B} \vee C)$$

\Leftrightarrow

$$\bar{A} \wedge (B \Rightarrow C)$$

Übung 2

$$A(x) \Leftrightarrow x > 1 \vee x < -2$$

$$A(x) \Leftrightarrow x > 1 \vee x < -2$$

$$\Leftrightarrow \overline{x > 1} \wedge \overline{x < -2}$$

$$\Leftrightarrow x \leq 1 \wedge x \geq -2$$

$$\Leftrightarrow x \in [-2, 1]$$



$$B(x) \Leftrightarrow x \in [1, 3]$$

(B(x) ist wahr für $x \in [1, 3]$)

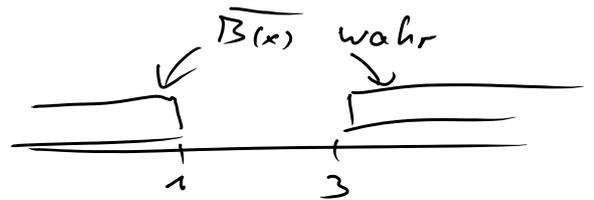
$$\Leftrightarrow x \geq 1 \wedge x \leq 3$$

$$\overline{B(x)} \Leftrightarrow \overline{x \geq 1 \wedge x \leq 3}$$

$$\Leftrightarrow \overline{x \geq 1} \vee \overline{x \leq 3}$$

$$\Leftrightarrow x < 1 \vee x > 3$$

$$\overline{B(x)} \Leftrightarrow x \notin [1, 3]$$



$$C(x) \Leftrightarrow x > 1 \wedge x < -2$$

$$\Leftrightarrow 0$$

C(x) ist für kein $x \in \mathbb{R}$ wahr

$$\overline{C(x)} \Leftrightarrow 1$$

$\overline{C(x)}$ ist wahr $\forall x \in \mathbb{R}$

Übung 3

$$a) A(x) \Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}: 2n \text{ gerade} \quad (\text{wahr})$$

$$\overline{A(x)} \Leftrightarrow \overline{\forall n \in \mathbb{N}: 2n \text{ gerade}}$$

$$\Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N}: \overline{2n \text{ gerade}}$$

$$\Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N}: 2n \text{ ungerade} \quad (\text{falsch})$$

$$b) \overline{B(x)} \Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R}: x \neq 2 \quad (\text{wahr})$$

$$c) C(x) \Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N}: n^2 \text{ gerade} \quad (\text{wahr})$$

$$\overline{C(x)} \Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}: n^2 \text{ ungerade} \quad (\text{falsch})$$

$$B(x) \Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}: x = 2$$

$$\overline{B(x)} \Leftrightarrow \overline{\forall x \in \mathbb{R}: x = 2}$$

$$\Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R}: x \neq 2$$

Schubfachprinzip

Angenommen es gilt \bar{B}

$$\underbrace{\boxed{1} \boxed{1} \dots \boxed{1}}_{n \text{ Schubf. } s_i}$$
$$\sum_{i=1}^n s_i \leq n$$

Summe aller Schubfächer hat $\leq n$ Objekte

"Jedes Schubfach höchstens 1 El"

\Rightarrow Summe aller Objekte $\leq n$

\Rightarrow im Widerspruch zu A "n+1 Objekte" also \bar{A}