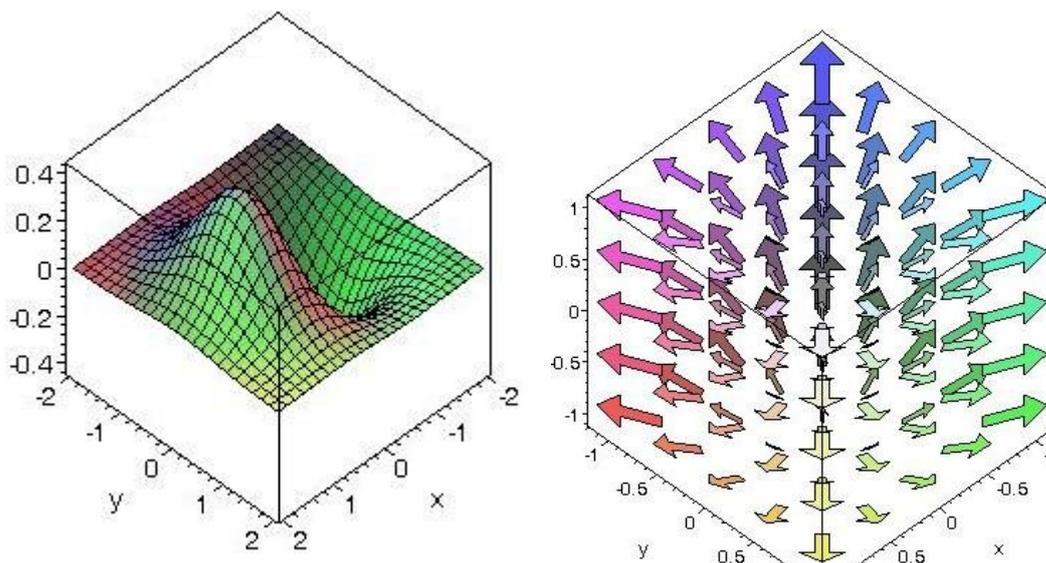
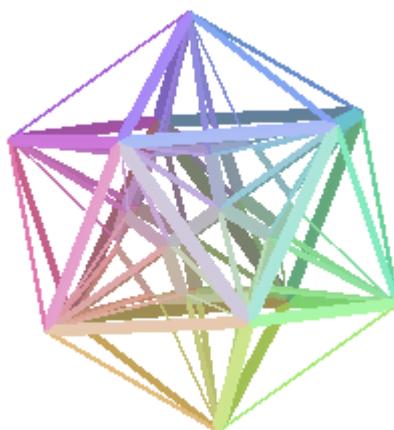


Skript Mathematik 1 WS2008/09



Prof. Dr. Wolfgang Konen
FH Köln, Institut für Informatik



0.	Einleitung	4
0.1.	Brauchen Informatiker/innen Mathematik?	4
1.	Aussagenlogik und Mengenlehre	5
1.1.	Wozu Informatiker Aussagenlogik brauchen	5
1.2.	Aussagenlogik.....	5
1.2.1.	Indirekter Beweis (Widerspruchsbeweis).....	7
1.3.	Mengen.....	8
1.4.	Relationen und Abbildungen	9
1.5.	Where to go from here	11
2.	Zahlsysteme.....	12
2.1.	Natürliche Zahlen.....	12
2.2.	Ganze und rationale Zahlen.....	15
2.3.	Reelle Zahlen.....	18
2.3.1.	Schreibweisen für Zahlmengen und Intervalle	21
2.4.	Potenzen, Wurzeln und Logarithmen reeller Zahlen.....	21
2.4.1.	Spezielle Funktionen	25
2.5.	Gleichungen und Ungleichungen	26
2.6.	Modulare Arithmetik	27
2.6.1.	Prüfziffern.....	29
2.7.	Binomialkoeffizient und Summenzeichen	30
2.7.1.	Rechnen mit Summen.....	30
2.7.2.	Fakultät und Binomialkoeffizienten	31
2.7.3.	Binomischer Satz	31
2.8.	Fazit.....	32
3.	Zahlenfolgen	33
3.1.	Wozu InformatikerInnen Folgen brauchen.....	33
3.2.	Definition und Eigenschaften von Folgen	33
3.3.	Grenzwert einer Zahlenfolge	35
3.3.1.	Landausche $O()$ -Notation	40
3.4.	Fazit zu Folgen	42
4.	Reelle Funktionen	44
4.1.	Warum Informatiker Funktionen brauchen	44
4.2.	Verkettung von Funktionen und Umkehrfunktion.....	46
4.3.	Grenzwert einer Funktion.....	48
4.4.	Stetigkeit einer Funktion.....	53
4.5.	Fazit.....	56
5.	Differentialrechnung	57
5.1.	Wozu Informatikerinnen Differentialrechnung brauchen	57
5.2.	Differenzierbarkeit, Ableitung, Differential	57
5.3.	Ableitungsregeln	60
5.4.	Mittelwertsatz und Satz von Taylor.....	64
5.5.	Regeln von de l'Hospital	69
5.6.	Eigenschaften differenzierbarer Funktionen	71
5.6.1.	Monotonie und Krümmungsverhalten	71

5.6.2.	Extremwerte	72
5.6.3.	Wendepunkte	74
5.7.	Fazit.....	75
5.7.1.	Kurvendiskussion	75
5.7.2.	Wichtige Ergebnisse dieses Kapitels	76
6.	Integralrechnung	80
6.1.	Warum Informatiker Integralrechnung brauchen	80
6.2.	Das bestimmte Integral	80
6.3.	Stammfunktion	83
6.4.	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	84
6.5.	Integrationsregeln	86
6.6.	Uneigentliche Integrale	87
6.7.	Geometrische Anwendungen der Integration	90
6.8.	Fazit Integrale	91
7.	Lineare Algebra	93
7.1.	Wozu Informatikerinnen Lineare Algebra brauchen.....	93
7.2.	Matrizen	93
7.3.	Rechenregeln für Matrizen	96
7.4.	Vektoren	98
7.4.1.	Skalar- und Vektorprodukt.....	101
7.4.2.	Geraden- und Ebenengleichungen	104
7.4.3.	Drehungen	106
7.5.	Determinanten	107
7.6.	Lineare Gleichungssysteme	111
7.6.1.	Lösbarkeit von Gleichungssystemen	111
7.6.2.	Äquivalente Umformungen und Gauß-Verfahren.....	114
7.6.3.	Berechnung der Inversen Matrix.....	116
7.6.4.	Anwendungsbeispiel Ausgleichsgerade (Least Square).....	117
7.7.	Fazit Lineare Algebra	119

0. Einleitung

"Die Wahrheit hat tausend Hindernisse zu überwinden, um unbeschädigt zu Papier zu kommen und von Papier wieder zu Kopf."

[Georg Christoph Lichtenberg, Physiker und Schriftsteller, 1742-1799]

0.1. Brauchen Informatiker/innen Mathematik?

Diese Vorlesung hat nicht das Ziel, Sie entgegen Ihrem ausdrücklichen Wunsch, Informatiker zu werden, zu Mathematikern auszubilden.

Über die Frage, wieviel Mathematik ein Informatiker braucht, ist viel diskutiert worden. Ein weit verbreiteter Spruch hierzu ist

„Der Informatiker braucht nur 20% der Mathematik, die er auf der Hochschule lernt - nur man weiß nicht von vornherein, welche 20% des Stoffes das sind“.

Weitere Aspekte :

- Mathematik soll das Lösen von Problemen einüben. Dabei ist der Inhalt der Probleme gar nicht entscheidend.
- Es kann vorkommen, dass einem Informatiker eine mathematische Problemstellung unterkommt, die er selbst nicht lösen kann. Für diesen Fall gibt es Mathematiker, die der Informatiker ja nicht überflüssig machen sollte. Er sollte aber die Sprache der Mathematik so weit beherrschen, dass er die Frage mit einem Mathematiker besprechen kann. Dazu muss er dessen Sprache ausreichend beherrschen, wie auch umgekehrt der Mathematiker die Sprache des Informatikers kennen sollte.
- Die Notwendigkeit, sich an eine spezifische Fachsprache zu gewöhnen, besteht im Übrigen bei fast jedem Studium. Insofern geht es dem angehenden Informatiker nicht schlechter als dem angehenden Juristen, der sich an Formulierungen wie diese gewöhnen muss:

Tritt der Wille, in fremdem Namen zu handeln, nicht erkennbar hervor, so kommt der Mangel des Willens, im eigenen Namen zu handeln, nicht in Betracht (BGB § 164 (2)).

Alles klar?

- An der Fachhochschule gibt es keine Anwesenheitspflicht bei den Vorlesungen. In der Mathematik bauen aber viele Dinge auf einander auf, so dass eine regelmäßige Anwesenheit dem Verständnis durchaus dient.
- Mathematik lernt man nicht ausschließlich vom Zuhören und Zusehen. Mathematik kann man eigentlich gar nicht „lernen“. Man muss sie **verstehen** und **üben**. Darum ist eine regelmäßige Bearbeitung der Übungsaufgaben wichtig für den Erfolg.
- Mathematik lernt man auch durch **Fragen!** Also: Fragen Sie viel.
- Dieses „Skript in Stichworten“ soll weder Lehrbücher noch den Besuch der Vorlesung ersetzen. Vorlesung und Übung bringen viele zusätzliche Beispiele. Das Skript soll Ihnen bei der Nachbereitung des Stoffes als „roter Faden“ dienen.

[adaptiert nach H. Siebert, Skript "Mathe für Ingenieure", FH Gießen, 2003]