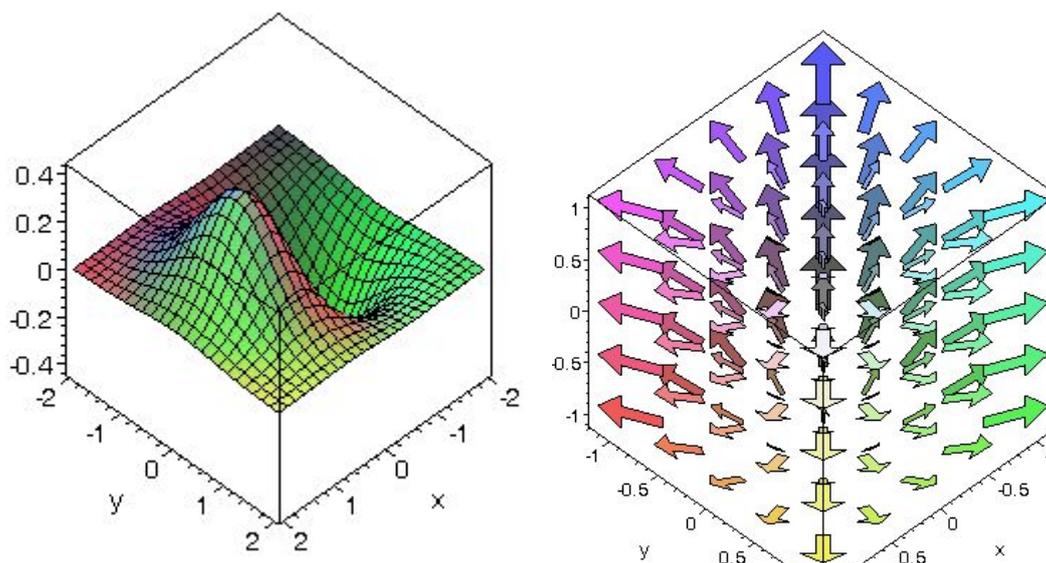
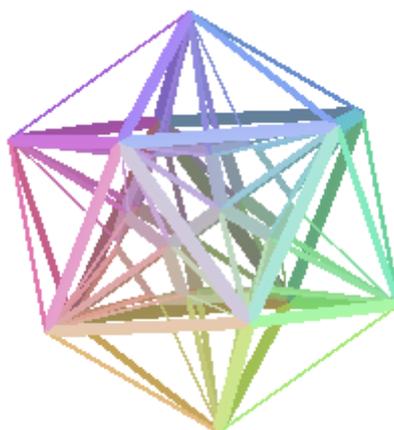


Skript Mathematik 1 WS2009/10



Prof. Dr. Wolfgang Konen
FH Köln, Institut für Informatik



Inhaltsverzeichnis

0.	Einleitung	4
0.1.	Brauchen Informatiker/innen Mathematik?	4
1.	Aussagenlogik und Mengenlehre	5
1.1.	Wozu Informatiker Aussagenlogik brauchen	5
1.2.	Aussagenlogik	5
1.2.1.	Indirekter Beweis (Widerspruchsbeweis)	7
1.3.	Mengen	7
1.4.	Relationen und Abbildungen	7
1.5.	Where to go from here	7
2.	Zahlssysteme	7
2.1.	Natürliche Zahlen	7
2.2.	Ganze und rationale Zahlen	7
2.3.	Reelle Zahlen	7
2.3.1.	Schreibweisen für Zahlmengen und Intervalle	7
2.4.	Potenzen, Wurzeln und Logarithmen reeller Zahlen	7
2.4.1.	Spezielle Funktionen	7
2.5.	Gleichungen und Ungleichungen	7
2.6.	Modulare Arithmetik	7
2.6.1.	Prüfziffern	7
2.7.	Binomialkoeffizient und Summenzeichen	7
2.7.1.	Rechnen mit Summen	7
2.7.2.	Fakultät und Binomialkoeffizienten	7
2.7.3.	Binomischer Satz	7
2.8.	Fazit	7
3.	Zahlenfolgen	7
3.1.	Wozu InformatikerInnen Folgen brauchen	7
3.2.	Definition und Eigenschaften von Folgen	7
3.3.	Grenzwert einer Zahlenfolge	7
3.3.1.	Landausche $O()$ -Notation	7
3.4.	Fazit zu Folgen	7
4.	Reelle Funktionen	7
4.1.	Warum Informatiker Funktionen brauchen	7
4.2.	Verkettung von Funktionen und Umkehrfunktion	45
4.3.	Grenzwert einer Funktion	48
4.4.	Stetigkeit einer Funktion	53
4.5.	Fazit	56
5.	Differentialrechnung	59
5.1.	Wozu Informatikerinnen Differentialrechnung brauchen	59
5.2.	Differenzierbarkeit, Ableitung, Differential	59
5.3.	Ableitungsregeln	62
5.4.	Mittelwertsatz und Satz von Taylor	67
5.5.	Regeln von de l'Hospital	72

5.6.	Eigenschaften differenzierbarer Funktionen	74
5.6.1.	Monotonie und Krümmungsverhalten	74
5.6.2.	Extremwerte.....	75
5.6.3.	Wendepunkte.....	78
5.7.	Fazit.....	79
5.7.1.	Kurvendiskussion.....	79
5.7.2.	Wichtige Ergebnisse dieses Kapitels	79
6.	Integralrechnung	85
6.1.	Warum Informatiker Integralrechnung brauchen	85
6.2.	Das bestimmte Integral.....	85
6.3.	Stammfunktion.....	88
6.4.	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	89
6.5.	Integrationsregeln	91
6.6.	Uneigentliche Integrale	93
6.7.	Geometrische Anwendungen der Integration	95
6.8.	Fazit Integrale	96
7.	Lineare Algebra	98
7.1.	Wozu Informatikerinnen Lineare Algebra brauchen	98
7.2.	Matrizen	98
7.3.	Rechenregeln für Matrizen	101
7.4.	Vektoren	104
7.4.1.	Skalar- und Vektorprodukt	107
7.4.2.	Geraden- und Ebenengleichungen	109
7.4.3.	Drehungen	111
7.5.	Determinanten	112
7.6.	Lineare Gleichungssysteme	117
7.6.1.	Lösbarkeit von Gleichungssystemen	117
7.6.2.	Äquivalente Umformungen und Gauß-Verfahren	120
7.6.3.	Berechnung der Inversen Matrix.....	122
7.6.4.	Anwendungsbeispiel Ausgleichsgerade (Least Square).....	123
7.7.	Fazit Lineare Algebra	125

0. Einleitung

"Die Wahrheit hat tausend Hindernisse zu überwinden, um unbeschädigt zu Papier zu kommen und von Papier wieder zu Kopf."

[Georg Christoph Lichtenberg, Physiker und Schriftsteller, 1742-1799]

0.1. Brauchen Informatiker/innen Mathematik?

Diese Vorlesung hat nicht das Ziel, Sie entgegen Ihrem ausdrücklichen Wunsch, Informatiker zu werden, zu Mathematikern auszubilden.

Über die Frage, wieviel Mathematik ein Informatiker braucht, ist viel diskutiert worden. Ein weit verbreiteter Spruch hierzu ist

„Der Informatiker braucht nur 20% der Mathematik, die er auf der Hochschule lernt - nur man weiß nicht von vornherein, welche 20% des Stoffes das sind“.

Weitere Aspekte :

- Mathematik soll das Lösen von Problemen einüben. Dabei ist der Inhalt der Probleme gar nicht entscheidend.
- Es kann vorkommen, dass einem Informatiker eine mathematische Problemstellung unterkommt, die er selbst nicht lösen kann. Für diesen Fall gibt es Mathematiker, die der Informatiker ja nicht überflüssig machen sollte. Er sollte aber die Sprache der Mathematik so weit beherrschen, dass er die Frage mit einem Mathematiker besprechen kann. Dazu muss er dessen Sprache ausreichend beherrschen, wie auch umgekehrt der Mathematiker die Sprache des Informatikers kennen sollte.
- Die Notwendigkeit, sich an eine spezifische Fachsprache zu gewöhnen, besteht im Übrigen bei fast jedem Studium. Insofern geht es dem angehenden Informatiker nicht schlechter als dem angehenden Juristen, der sich an Formulierungen wie diese gewöhnen muss:

Tritt der Wille, in fremdem Namen zu handeln, nicht erkennbar hervor, so kommt der Mangel des Willens, im eigenen Namen zu handeln, nicht in Betracht (BGB § 164 (2)).

Alles klar?

- An der Fachhochschule gibt es keine Anwesenheitspflicht bei den Vorlesungen. In der Mathematik bauen aber viele Dinge auf einander auf, so dass eine regelmäßige Anwesenheit dem Verständnis durchaus dient.
- Mathematik lernt man nicht ausschließlich vom Zuhören und Zusehen. Mathematik kann man eigentlich gar nicht „lernen“. Man muss sie **verstehen** und **üben**. Darum ist eine regelmäßige Bearbeitung der Übungsaufgaben wichtig für den Erfolg.
- Mathematik lernt man auch durch **Fragen!** Also: Fragen Sie viel.
- Dieses „Skript in Stichworten“ soll weder Lehrbücher noch den Besuch der Vorlesung ersetzen. Vorlesung und Übung bringen viele zusätzliche Beispiele. Das Skript soll Ihnen bei der Nachbereitung des Stoffes als „roter Faden“ dienen.

[adaptiert nach H. Siebert, Skript "Mathe für Ingenieure", FH Gießen, 2003]