

Übungsblatt 3 Funktionen

Zur Bearbeitung der nachfolgenden Aufgaben sollten Sie auch die Inhalte aus dem Kapitel „VORKURSWISSEN: Funktionen“ durchgearbeitet haben bzw. beherrschen!

Aufgabe 3.1 Definitionsbereiche

Geben Sie für die nachfolgenden Funktionen die maximalen Definitionsbereiche in $\mathbf{R}$ an!

$$(a) f(x) = \frac{1}{1+x^2}, \quad (b) f(x) = \frac{\sqrt{-x}}{x^2-1} + \frac{\sqrt{2-4x}}{\sqrt{2+4x}}, \quad (c) f(x) = \ln \frac{x^2-3x+2}{x+1},$$

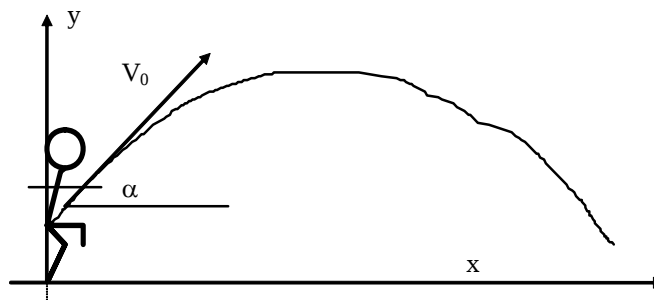
$$(d) f(x) = \sqrt{x^4 - 3x^3}$$

Aufgabe 3.2 Weitspringer

Ein Weitspringer springt unter einem Absprungwinkel α und einer Absprunggeschwindigkeit v_0 ab. Seine Flugbahn kann bei vernachlässigter Reibung durch $(x(t), y(t))$ beschrieben werden mit:

$$x(t) = v_0 \cdot t \cdot \cos \alpha,$$

$$y(t) = v_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{g}{2} \cdot t^2$$



Man bestimme **Flugdauer** und **Flugweite**. Für welchen Winkel α werden Flugdauer bzw. Flugweite maximal? Mit welcher Geschwindigkeit muß ein Springer unter irdischen Bedingungen ($g = 9.81 \text{ m/s}^2$) abspringen, um bei einem Absprungwinkel von 45° eine Weite von 9m zu erreichen?

Aufgabe 3.3 Schnittpunkte

Bestimmen Sie alle Schnittpunkte der Kurven y_1 und y_2 :

$$y_1(x) = 6 \cos^2(x), \quad y_2(x) = 5 - \sin(x)$$

Aufgabe 3.4 Parabelapproximation

Die Sinusfunktion $y = \sin(x)$ ist im Intervall $0 \leq x \leq \pi$ durch eine Parabel zu ersetzen, die mit ihr in den beiden Nullstellen und im Maximum übereinstimmt. Wie lautet die Funktionsgleichung der Parabel?

Aufgabe 3.5 Grenzwerte von Funktionen

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich und die gesuchten Grenzwerte

$$(a) \lim_{x \rightarrow -1} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \quad \text{für} \quad f(x) = \frac{6x^2 + 6x}{x^2 - x - 2}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} g(x), \quad \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) \quad \text{für} \quad g(x) = \frac{(1 - \cos(2x))e^{x+2}}{2\sin^2(x)e^{x+3}}$$

Hinweis: $\cos(2x) = 2\cos^2(x) - 1$.**Aufgabe 3.6 Cosinus: Blutroter Sonnenuntergang am Äquator**

Blutrot versinkt die Sonne am Äquator im Meer. Wir sitzen im leise schaukelnden Boot und blicken zurück auf die Küste im Osten, an der sich steil ein mächtiger Berg erhebt. Genau um 18:08 erreicht der Schatten der Dämmerung den Saum der Küste und genau 7 Minuten später, um 18:15, verlöscht der letzte Sonnenstrahl an der Spitze des Berges. Wie hoch ist der Berg? (Erdradius = 6000 km)

Wie ändert sich die Lage, wenn wir uns auf dem 50. Breitengrad befinden?

Aufgabe 3.7 Wertetabelle Sinus, Cosinus, Tangens

α	0°	30°	45°	60°	90°
s	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
Sinus		$\frac{1}{2}$			
Cosinus					
Tangens					
Cotan- gens					

Leiten Sie aus dem eingetragenen Wert $\sin(\pi/6) = \frac{1}{2}$ und Ihrem Wissen über Sinus, Cosinus und Tangens (Bilder, einfache Formeln) alle weiteren fehlenden Werte ab! (OHNE Taschenrechner!)

Aufgabe 3.8 – entfällt –**Aufgabe 3.9 Logarithmus-/Exponential-Gleichungen**

Lösen Sie folgende Gleichungen, in denen $x \in \mathbf{R}$ im Logarithmus oder im Exponenten auftaucht. Bestimmen Sie ferner den maximalen Definitionsbereich für x .

(a) $\ln(x - 1) = 1 + \ln x$

(b) $\ln(x + 1) = 1 + \ln x$

(c) $\lg(x^2 + 80x) = 2 + \lg(x - 1)$

(d) $\log_3(\log_9(x)) = -2$

(e) $25^{\left(\frac{x}{2}\right)} = \frac{1}{5}$