

Übungsblatt 6 : Integralrechnung

Aufgabe 6.1

Für folgende Integrale brauchen Sie noch keine komplizierte Regel:

a) $\int \frac{1}{2}x^3 + 6x^2 + 1 \, dx$

b) $\int_{-4}^4 4x^3 - 3x^2 + 1 \, dx$

c) $\int \frac{10x^8 + 3}{x^4} \, dx$

d) $\int \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} \, dx$

e) $\int \frac{\sqrt{2x}\sqrt{3x}}{\sqrt[4]{x^3}} \, dx$

Aufgabe 6.2

Bei folgenden Integralen wenden Sie die partielle Integration an:

a) $\int x \cos x \, dx$ b) $\int x^2 \cos x \, dx$

c) $\int e^x \sin x \, dx$ d) $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} \, dx$

Aufgabe 6.3

Bei folgenden Integralen wenden Sie die Integration durch Substitution an:

a) $\int x(x^2 + 3)^4 \, dx$

b) $\int x\sqrt{x^2 - 1} \, dx$

c) $\int_{\pi/2}^{2\pi} \sin x \cdot \cos x \, dx$

d) $\int_0^1 \sin x \cdot e^{\cos x} \, dx$

Aufgabe 6.4

Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale. Wenden Sie die passenden Integrationsregeln an:

a) $\int \sin(ax) dx$

b) $\int \frac{x}{\sqrt{x-2}} dx$

c) $\int \frac{x^2+1}{x^3+3x} dx$

Aufgabe 6.5

Berechnen Sie den Inhalt der Flächen, die von den folgenden Funktionen eingeschlossen werden, machen Sie sich zunächst eine Skizze:

a) $y = x^2 - 2x - 8$ und $y = -x^2 + 4x - 4,5$

b) $y = x^3 - 2x^2 - 3x$ und $y = 0$ und $x = 4$

c) $y = \ln x$ und $x = 5$ und $y = 0$

d) $y = \sin x - \cos x$ und $y = 0$ zwischen den Nullstellen der Funktion im Intervall $[0; 2,5\pi]$

Aufgabe 6.6

Berechnen Sie folgende uneigentliche Integrale:

a) $\int_1^{\infty} \frac{x^2+2}{x^4} dx$

b) $\int_{-\infty}^0 e^x dx$

c) $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx$