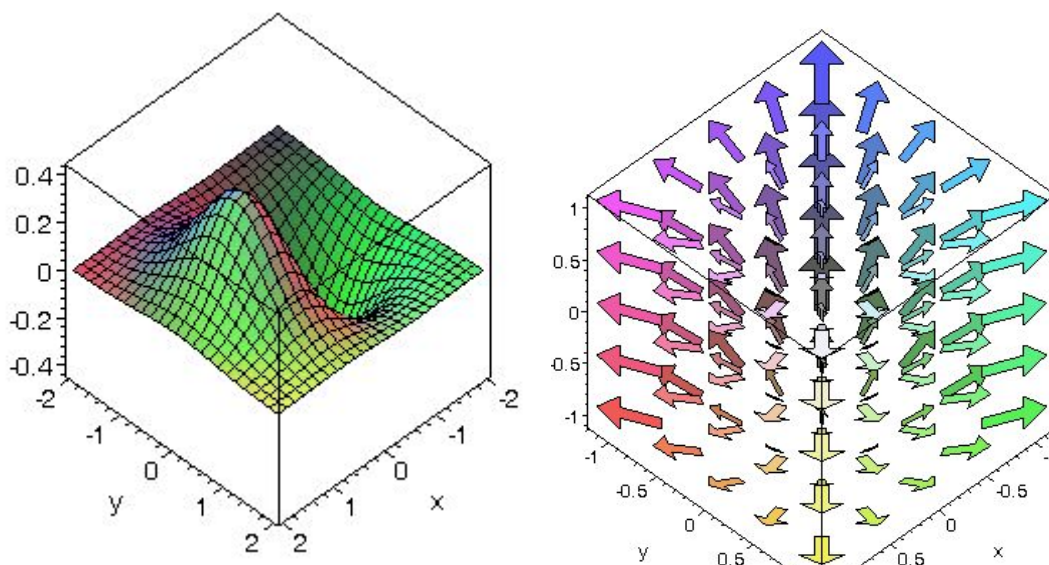
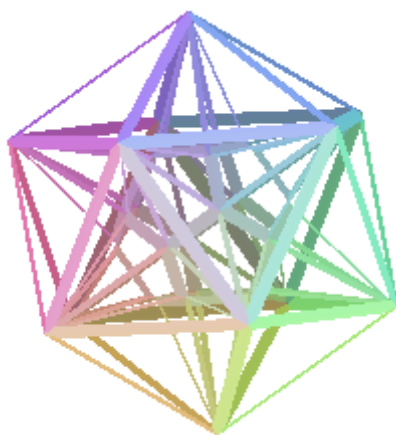


Skript Mathematik 1

WS2011/12



Prof. Dr. Wolfgang Konen
FH Köln, Institut für Informatik



Inhaltsverzeichnis

0. Einleitung	4
0.1. Brauchen Informatiker/innen Mathematik?	4
1. Aussagenlogik und Mengenlehre.....	5
1.1. Wozu Informatiker Aussagenlogik brauchen	5
1.2. Aussagenlogik.....	5
1.2.1. Indirekter Beweis (Widerspruchsbeweis).....	7
1.3. Mengen	8
1.1. Relationen und Abbildungen.....	9
1.2. Where to go from here	12
2. Zahlssysteme.....	13
2.1. Natürliche Zahlen.....	13
2.2. Ganze und rationale Zahlen.....	16
2.3. Reelle Zahlen.....	18
2.3.1. Schreibweisen für Zahlmengen und Intervalle.....	21
2.4. Potenzen, Wurzeln und Logarithmen reeller Zahlen.....	21
2.4.1. Spezielle Funktionen	26
2.5. Gleichungen und Ungleichungen.....	26
2.6. Modulare Arithmetik	28
2.6.1. Prüfwziffern	29
2.7. Binomialkoeffizient und Summenzeichen	30
2.7.1. Rechnen mit Summen	30
2.7.2. Fakultät und Binomialkoeffizienten	31
2.7.3. Binomischer Satz.....	32
2.8. Fazit	33
3. Zahlenfolgen	34
3.1. Wozu InformatikerInnen Folgen brauchen.....	34
3.2. Definition und Eigenschaften von Folgen	34
3.3. Grenzwert einer Zahlenfolge.....	36
3.3.1. Landausche $O()$ -Notation	41
3.4. Fazit zu Folgen	42
4. Reelle Funktionen	44
4.1. Warum Informatiker Funktionen brauchen.....	44
4.2. Verkettung von Funktionen und Umkehrfunktion.....	46
4.3. Grenzwert einer Funktion.....	48
4.4. Stetigkeit einer Funktion	53
4.5. Fazit	56
5. Differentialrechnung	57
5.1. Wozu Informatikerinnen Differentialrechnung brauchen.....	57
5.2. Differenzierbarkeit, Ableitung, Differential.....	57
5.3. Ableitungsregeln	60
5.4. Satz von Taylor	65
5.5. Regeln von de l'Hospital	69
5.6. Eigenschaften differenzierbarer Funktionen	71

5.6.1.	Monotonie und Krümmungsverhalten	71
5.6.2.	Extremwerte.....	72
5.6.3.	Wendepunkte.....	74
5.7.	Fazit	76
5.7.1.	Kurvendiskussion.....	76
5.7.2.	Wichtige Ergebnisse dieses Kapitels	76
6.	Lineare Algebra.....	78
6.1.	Wozu Informatikerinnen Lineare Algebra brauchen.....	78
6.2.	Matrizen	78
6.3.	Rechenregeln für Matrizen.....	81
6.4.	Vektoren.....	83
6.4.1.	Skalar- und Vektorprodukt	86
6.4.2.	Geraden- und Ebenengleichungen.....	88
6.4.3.	Drehungen	90
6.5.	Determinanten	91
6.6.	Lineare Gleichungssysteme.....	96
6.6.1.	Lösbarkeit von Gleichungssystemen	96
6.6.2.	Äquivalente Umformungen und Gauß-Verfahren	99
6.6.3.	Berechnung der Inversen Matrix.....	101
6.6.4.	Lineare Unabhängigkeit.....	102
6.6.5.	Anwendungsbeispiel Ausgleichsgerade (Least Square)	102
6.7.	Fazit Lineare Algebra.....	104
7.	Integralrechnung	105
7.1.	Warum Informatiker Integralrechnung brauchen	105
7.2.	Das bestimmte Integral	105
7.3.	Stammfunktion	108
7.4.	Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	109
7.5.	Integrationsregeln	111
7.6.	Uneigentliche Integrale	113
7.7.	Geometrische Anwendungen der Integration	115
7.8.	Fazit Integrale	116

0. Einleitung

"Die Wahrheit hat tausend Hindernisse zu überwinden, um unbeschädigt zu Papier zu kommen und von Papier wieder zu Kopf."

[Georg Christoph Lichtenberg, Physiker und Schriftsteller, 1742-1799]

0.1. Brauchen Informatiker/innen Mathematik?

Diese Vorlesung hat nicht das Ziel, Sie entgegen Ihrem ausdrücklichen Wunsch, Informatiker zu werden, zu Mathematikern auszubilden.

Über die Frage, wieviel Mathematik ein Informatiker braucht, ist viel diskutiert worden. Ein weit verbreiteter Spruch hierzu ist

„Der Informatiker braucht nur 20% der Mathematik, die er auf der Hochschule lernt - nur man weiß nicht von vornherein, welche 20% des Stoffes das sind“.

Weitere Aspekte :

- Mathematik soll das Lösen von Problemen einüben. Dabei ist der Inhalt der Probleme gar nicht entscheidend.
- Der Informatiker sollte aber die Sprache der Mathematik so weit beherrschen, dass er Fragen mit einem Mathematiker besprechen kann. Dazu muss er dessen Sprache ausreichend beherrschen, wie auch umgekehrt der Mathematiker die Sprache des Informatikers kennen sollte.
- Haben Sie schon einmal erlebt, dass einer durch Zuhören in Konzerten das Klavierspielen lernt? Nein? – Eben, genauso ist es mit Mathematik: Mathematik **lernt** man vor allem durchs **Üben**. Darum ist eine regelmäßige Bearbeitung der Übungsaufgaben wichtig für den Erfolg.
- Mathematik lernt man auch durch **Fragen!** Also: **Fragen Sie viel!**
Hierzu eine Anekdote: von [Isaac Rabi](#) (Physik-Nobelpreisträger 1944, für Experimente zur Kernspinresonanz, NMR):

My mother made me a scientist without ever intending to. Every other Jewish mother in Brooklyn would ask her child after school: So? Did you learn anything today? But not my mother. "Izzy," she would say, "did you ask a good question today?" That difference — asking good questions — made me become a scientist.

en.wikiquote.org/wiki/Isidor_Isaac_Rabi

- Die Notwendigkeit, sich an eine spezifische Fachsprache zu gewöhnen, besteht im Übrigen bei fast jedem Studium. Insofern geht es dem angehenden Informatiker nicht schlechter als dem angehenden Juristen, der sich an Formulierungen wie diese gewöhnen muss:

Tritt der Wille, in fremdem Namen zu handeln, nicht erkennbar hervor, so kommt der Mangel des Willens, im eigenen Namen zu handeln, nicht in Betracht (BGB § 164 (2)).

Alles klar?

- An der Fachhochschule gibt es keine Anwesenheitspflicht bei den Vorlesungen. In der Mathematik bauen aber viele Dinge auf einander auf, so dass eine regelmäßige Anwesenheit dem Verständnis durchaus dient.
- Dieses „Skript in Stichworten“ soll weder Lehrbücher noch den Besuch der Vorlesung ersetzen. Vorlesung und Übung bringen viele zusätzliche Beispiele. Das Skript soll Ihnen bei der Nachbereitung des Stoffes als „roter Faden“ dienen.

[adaptiert nach H. Siebert, Skript "Mathe für Ingenieure", FH Gießen, 2003]