3.	Mathe	Ü	Di,	$17 - 18^{30}$	3.102
2.	"	"	Di,	$13 - 14^{30}$	"
1.	"	"	Mi,	$13 - 14^{30}$	3.107

Indirekter Beweis

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\overline{B} \Rightarrow \overline{A})$$

Annahme: $\overline{B}$: $\underbrace{\overset{1}{\boxed{\circ}} \; \dots \; \overset{1}{\boxed{\circ}}}_{\Sigma \leq n}$

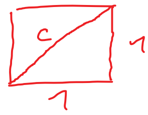
$\Rightarrow \overline{A}$: nicht mehr als n Objekte in Summe

Produktmenge $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$

$$f(x): \underset{x}{\mathbb{R}} \longrightarrow \underset{f}{\mathbb{R}}$$

$$T(x,y): \boxed{\underset{x}{\mathbb{R}} \times \underset{y}{\mathbb{R}} \longrightarrow \underset{T}{\mathbb{R}}}$$

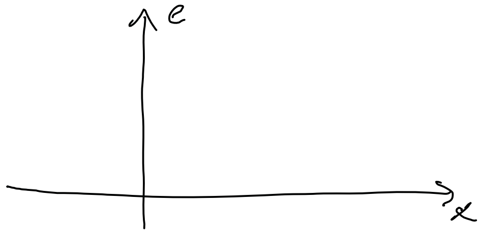
irrationale Zahl



$$1^2 + 1^2 = c^2$$
$$2 = c^2$$
$$c = \sqrt{2}$$

$\sqrt{-1}$ geht nicht in $\mathbb{R}$

Intervall	Menge	Beschreibung
$(c,-5)$ $]c,-5[$	$\{x \in \mathbb{R} \mid c < x < -5\}$	Menge aller reellen Zahlen größer c und kleiner -5
$(-10,-8]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid -10 < x \leq -8\}$	halboffenes Intervall von -10 (exclusive) bis -8 (inklusive)
$(0,5)$ $=]0,5[$	$\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 5\}$	offenes Int. aller reellen Zahlen zw. 0 und 5
$(0,\infty)$ $=]0,\infty[$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\} = \{x \in \mathbb{R}^+\} = \mathbb{R}^+$	alle positiven reellen Zahlen



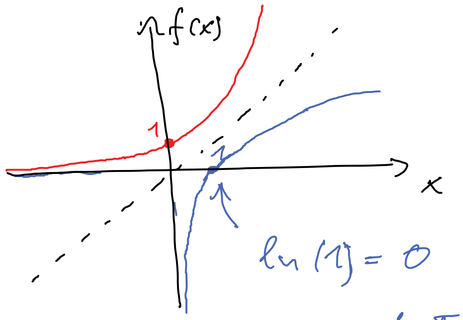
$(-3)^3 = (-3)\cdot(-3)\cdot(-3)$

o.k. für ganzzahlige Exponenten

Aber bei reellen Exponenten z.B.: $a^{3.5}$ oder $a^{\sqrt{2}}$ ist dies nur für $a > 0$ erlaubt

$(-2)^{6\cdot\frac{1}{2}} \not\rightarrow \left((-2)^6\right)^{1/2}$

gilt nicht für neg. Basis



$\ln(1) = 0$

$f(x) = e^x \qquad e^0 = 1$

$f(x) = \ln(x)$ ist Umkehrfunktion zu e^x, d.h.

$$\ln(e^x) = x$$

bzw $\quad e^{\ln x} = x$

$\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}\right)$?

mit Taschr.: $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}\right) = \dfrac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{\ln(\sqrt{2})} \overset{TR}{=} -2$

ohne Taschr.: $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2}\right) = \log_{\sqrt{2}}\left(\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right) = \log_{\sqrt{2}}\left(\sqrt{2}^{-2}\right) \overset{\text{Regel 4}}{=} -2\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{2}) = -2 \cdot 1 = -2$

$\log_{\sqrt[3]{3}}(27)$?

mit Taschr.: $\log_{\sqrt[3]{3}}(27) = \dfrac{\ln(27)}{\ln(\sqrt[3]{3})} \overset{T.R.}{=} 9$

$$= \frac{\ln(3^3)}{\ln(3^{1/3})} \underset{\text{Regel 4}}{=} \frac{3\cancel{\ln 3}}{\frac{1}{3}\cancel{\ln 3}} = \frac{3}{\left(\frac{1}{3}\right)} = 3 \cdot 3 = 9$$

N.R. $\left.\begin{array}{l} 27 = 3^3 \\ 3 = (\sqrt[3]{3})^3 \end{array}\right\} 27 = (\sqrt[3]{3})^9$:

$$\log_{\sqrt[3]{3}}(27) = \log_{\sqrt[3]{3}}\left(\sqrt[3]{3}^{\,9}\right) \overset{\text{Regel 4}}{=} 9 \cdot \log_{\sqrt[3]{3}}(\sqrt[3]{3}) \overset{\text{Regel 1(ii)}}{=} 9 \cdot 1 = 9$$

Aufgabe Autobatterie

Halbwertszeit $T = 1$ (Woche)

$\Rightarrow L(w) = \left(\frac{1}{2}\right)^{w/1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{w} = 20\% = 0.2$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{w} = 0.2$

$\Leftrightarrow 2^{-w} = 0.2 \quad | \; ld()$

$\Leftrightarrow -w = ld(0.2)$

$\Leftrightarrow -w = \frac{\ln(0.2)}{\ln(2)} \approx -2.322$

Höchstens 2,3 Wochen warten

$\left(\frac{1}{2}\right)^{w} = \frac{1}{2^w} = 2^{-w}$

$\boxed{L(s) = \left(\frac{1}{2}\right)^{s/T}}$

$L(8130) = \left(\frac{1}{2}\right)^{8130/T} = 35\% = 0.35$

$\Leftrightarrow 2^{-8130/T} = 0.35 \quad | \; ld()$

$\Leftrightarrow -\frac{8130}{T} = ld(0.35) = \frac{\ln(0.35)}{\ln(2)}$

$\Leftrightarrow -\frac{8130 \ln(2)}{\ln(0.35)} = T$

$\Leftrightarrow T = 5367$ (Jahre)

$\left(\frac{1}{2}\right)^{8130/T} = 0.35 \quad | \; \log_{1/2}$

$\frac{8130}{T} = \log_{1/2}(0.35)$

$= \frac{\ln(0.35)}{\ln(1/2)}$

"unmögliche" Beweis

$x = 1$

$\Rightarrow \quad x - 1 = 0 \quad | \cdot 2 \ , \ \cdot 3$

$$\left.\begin{aligned} 2(x-1) &= 2 \cdot 0 \\ 3(x-1) &= 3 \cdot 0 \end{aligned}\right\} \ominus$$

$2(x-1) - 3(x-1) = 0 \quad | : (x-1)$

$2 - 3 = 0$

$\Leftrightarrow \quad 2 = 3$

↯

Häufiger Fehler

Fall 1: $x \neq 0$ $\quad x^2 - 2x = 0 \quad | : x, \ x \neq 0$

$x - 2 = 0$

$x = 2$

↯

Fall 2: $x = 0$

$0^2 - 2 \cdot 0 = 0$ ✓

$\Rightarrow$ Lösungsmenge $L = \{0, 2\}$

noch ein Fehler

~~$a \cdot b = 1 \Leftrightarrow a = 1 \vee b = 1$~~

Übung Nullstellen a)

$x^2 - 25 = 0 \quad |$ 3. Binomische Formel

$\Leftrightarrow (x-5)(x+5) = 0$

S2-9 $\Leftrightarrow \quad x - 5 = 0 \vee x + 5 = 0$

$\Leftrightarrow \quad x = 5 \vee x = -5$

$x^2 = 25 \quad | \sqrt{\ }$

$x = \pm 5$