

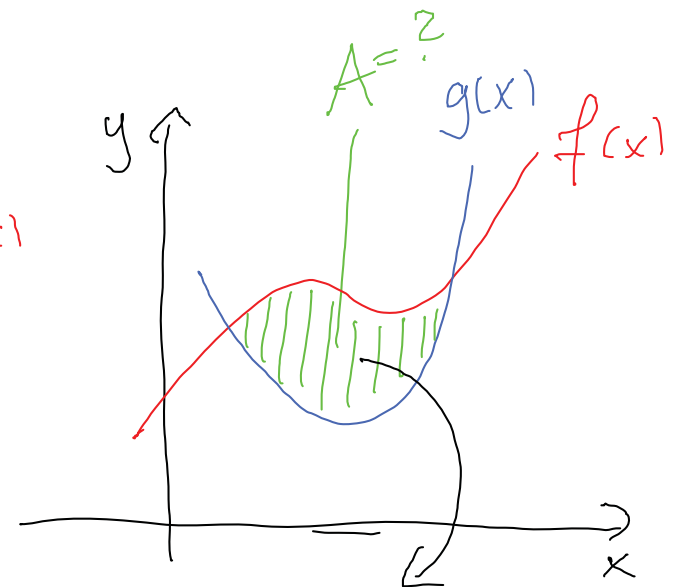
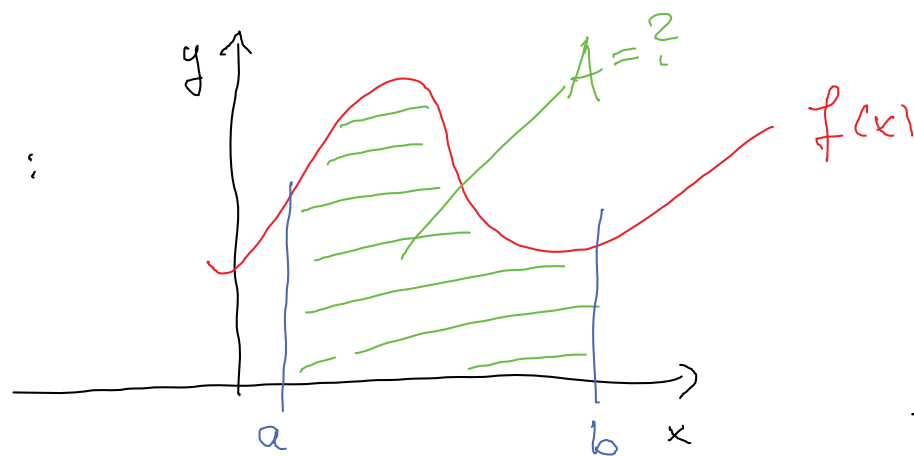
16. 1. 2013

Integralrechnung

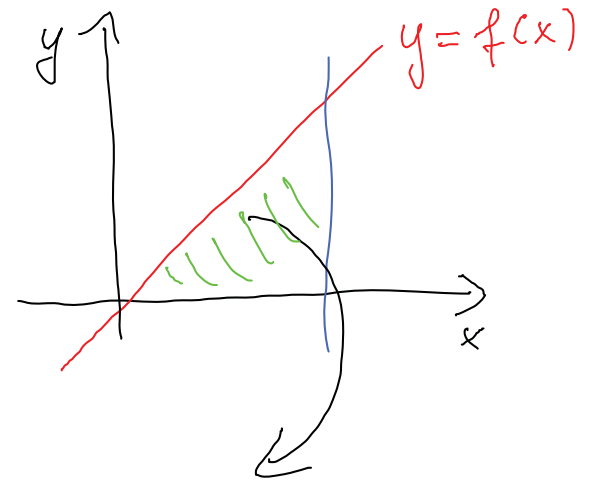
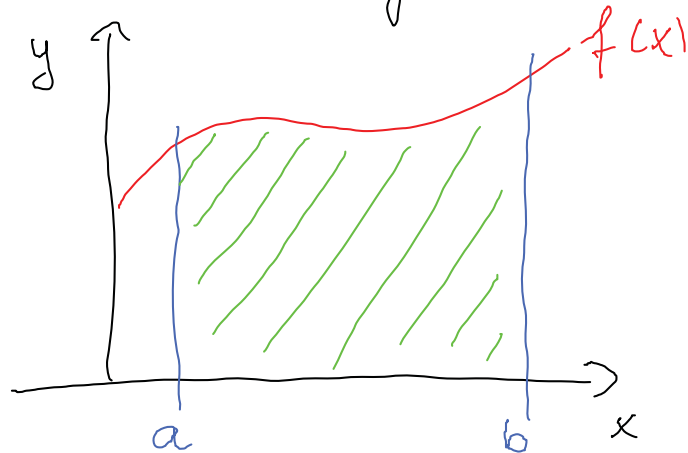
$$y = f(x) \xrightarrow{\text{Differentiation}} y' = f'(x) \quad \text{1. Zugang}$$

$$y' = f'(x) \xrightarrow{?} y = ?$$

2. Zugang :



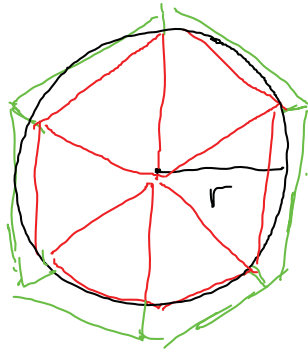
Das bestimmte Integral



Berechnung der Fläche
unterhalb von $f(x)$ (≥ 0)

Seitliche Begrenzung : $x = a$ und $x = b$
(Parallel zur y -Achse)
untere Begrenzung : x -Achse

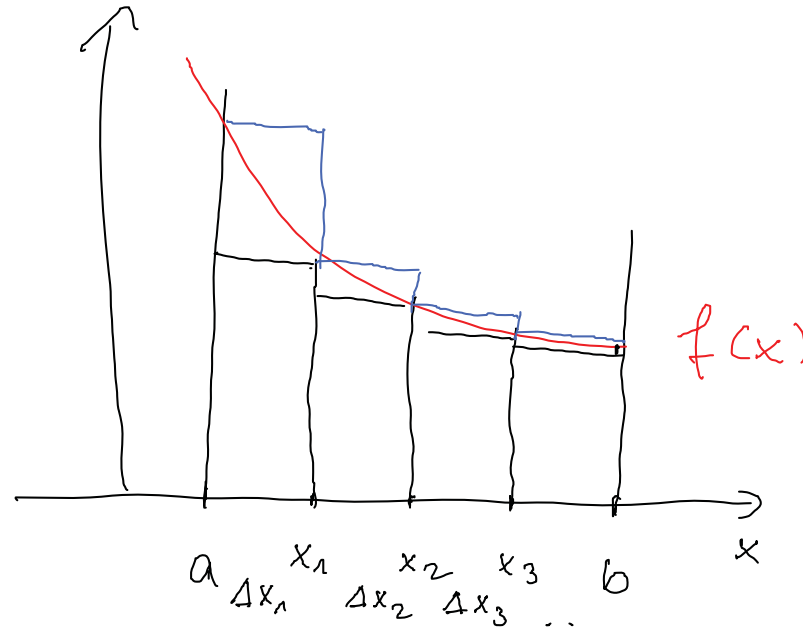
Erinnerung :



Kreisflächenberechnung :

Annäherung durch Dreiecksflächen
von außen und innen (Summe)

Vorgehen :



$$\Delta x_1 = x_1 - a$$

$$\Delta x_2 = x_2 - x_1$$

$\vdots$

Man bildet : Untersumme : Rechtecke auf den Teilintervallen mit Höhe
"kleinster Funktionswert" auf Teilintervall

Obersumme : Rechtecke auf den Teilintervallen mit Höhe
"größter Funktionswert" auf Teilintervalle

$$U_5 = \Delta x_1 \cdot f(x_1) + \Delta x_2 \cdot f(x_2) + \Delta x_3 \cdot f(x_3) + \Delta x_4 \cdot f(x_4) + \Delta x_5 \cdot f(b)$$
$$O_5 = \Delta x_1 \cdot f(a) + \Delta x_2 \cdot f(x_1) + \Delta x_3 \cdot f(x_2) + \Delta x_4 \cdot f(x_3) + \Delta x_5 \cdot f(x_4)$$

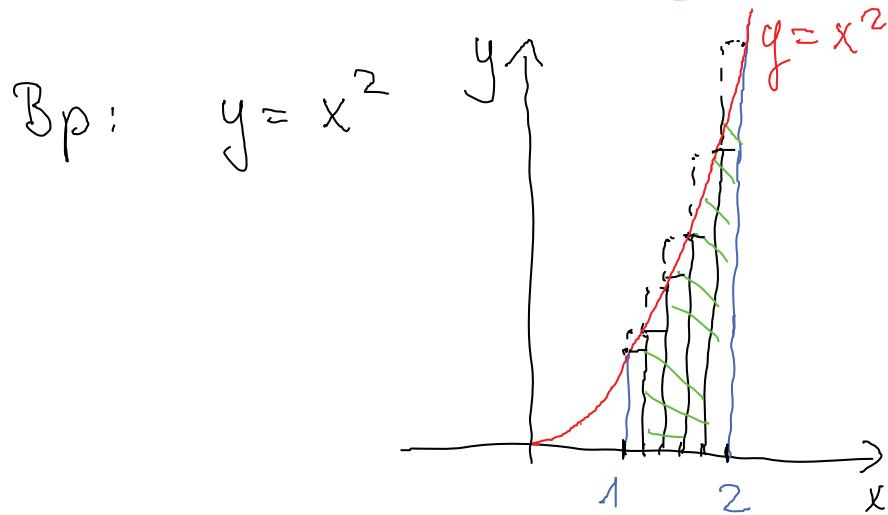
$$U_5 < A_{\text{gesucht}} < O_5$$

n ist die Anzahl der
Teilintervalle

Falls $n \rightarrow \infty$: $A = \lim_{n \rightarrow \infty} U_n = \lim_{n \rightarrow \infty} O_n$ läßt sich als
Grenzwert schreiben

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \underbrace{f(x_k)} \cdot \underbrace{\Delta x_k}$$

$$\int_a^b f(x) dx$$



1. Schritt: Zerlegung in 5 Teilintervalle

$$\Delta x = 0.2$$

Untersumme:

$$1^2 \cdot 0.2 + 1.2^2 \cdot 0.2 + 1.4^2 \cdot 0.2 + 1.6^2 \cdot 0.2 + 1.8^2 \cdot 0.2 = 2.04$$

Obersumme:

$$1.2^2 \cdot 0.2 + 1.4^2 \cdot 0.2 + 1.6^2 \cdot 0.2 + 1.8^2 \cdot 0.2 + 2^2 \cdot 0.2 = 2.64$$

$$2.04 < A_{\text{gesucht}} < 2.64$$

Wahl der Intervalllänge von 0,1 : $2.185 < A_{\text{ges.}} < 2.485$

↓ weitere Verfeinerung

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} U_n = \lim_{n \rightarrow \infty} O_n = \frac{7}{3} = 2,\overline{33}$$

$$\int_1^2 x^2 dx$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{Vorschau:} \\ \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^2 = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3} \end{array} \right]$$

nächste Woche!