

V 16.10.2013 MA 1

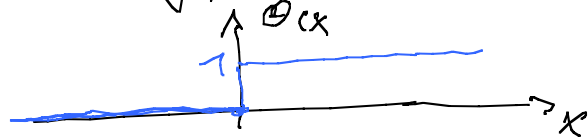
www.meinprof.de → Bewertungen

Spezielle Funktionen

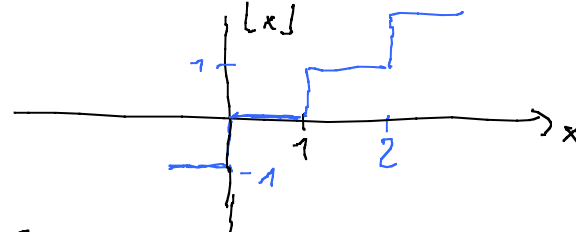
a) Betragfunktion



c) Sprungfunktion $\Theta(x)$



b) Gaussklammer $\lfloor x \rfloor = \text{floor}(x)$
(abrunden)



c) Signumfunktion



Gleichungen

"Beweis" (?) dass $2 = 3$ (?)

$$x = 1$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 0 \quad | \cdot 2, \cdot 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2(x-1) = 0 \\ 3(x-1) = 0 \end{cases} \quad | \ominus$$

$$2(x-1) - 3(x-1) = 0 \quad | : (x-1) \quad \downarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 = 3$$

Merke: Immer beim Dividieren überlegen, ob Divisor Null sein kann

Betragsgleichungen

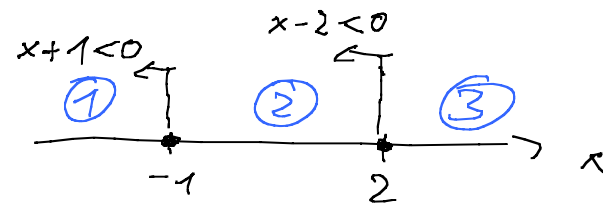
$$|x+1| = 2|x-2|$$

Fall ①: $x+1 < 0$:

$$-(x+1) = 2 \cdot (-1) \cdot (x-2)$$

$$-x-1 = -2x+4$$

$$| +2x, +1$$



$$|x| = \begin{cases} -x & \text{f. } x < 0 \\ +x & \text{f. } x \geq 0 \end{cases}$$

$$x = 5$$

keine Lsg. wg ① $x+1 < 0$

Fall ②: $-1 \leq x < 2$:

$$(x+1) = -2(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 3x = 3$$

$$\Leftrightarrow \underline{x = 1} \quad \boxed{\checkmark}$$

Fall ③ $2 \leq x$:

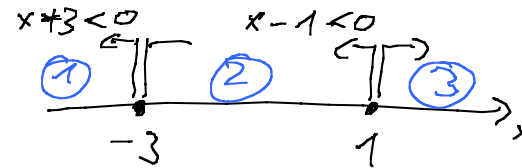
$$(x+1) = 2(x-2)$$

$$-x = -5$$

$$x = 5 \quad \boxed{\checkmark}$$

$$L = \{1, 5\}$$

Übung: $|x-1| - 3|x+3| = 1$



Fall ① $x+3 < 0$:

$$-(x-1) - 3(-1)(x+3) = 1$$

$$\Leftrightarrow -x+1 - (-3x-9) = 1$$

$$\Leftrightarrow -x+1 + 3x+9 = 1 \quad | -10$$

$$\Leftrightarrow 2x = -9$$

$$\Leftrightarrow \underline{x = -\frac{9}{2} = -4.5}$$

$\boxed{\checkmark}$ (liegt im Bereich)

Fall ② $-3 \leq x < 1$:

Fall ③: $1 \leq x$:

$$\begin{array}{l|l}
 -(x-1) - 3(x+3) = 1 & (x-1) - 3(x+3) = 1 \\
 \Leftrightarrow -4x + 1 - 9 = 1 & \Leftrightarrow -2x - 10 = 1 \\
 \Leftrightarrow -4x = 9 & \Leftrightarrow -2x = 11 \\
 \Leftrightarrow \underline{x = -\frac{9}{4} = -2.25} \quad \boxed{\checkmark} & \Leftrightarrow x = -\frac{11}{2} \quad \checkmark
 \end{array}$$

$$L = \left\{ -\frac{9}{2}, -\frac{9}{4} \right\}$$

Übung Faktorzerlegung

$$\begin{aligned}
 \text{a) } x^2 - 25 &= 0 \Leftrightarrow \\
 x^2 - 5^2 &= 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x-5)}_a \underbrace{(x+5)}_b = 0
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \underline{x = 5 \quad \vee \quad x = -5}$$

$$\text{b) } x \cdot \ln(x^2+1) + x^2 \cdot \ln(x^2+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + x^2) \cdot \ln(x^2+1) = 0$$

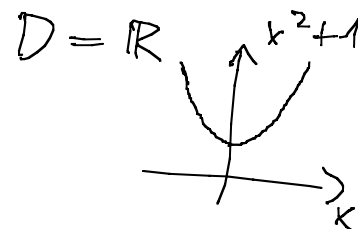
$$\Leftrightarrow \underbrace{x}_a \underbrace{(1+x)}_b \cdot \underbrace{\ln(x^2+1)}_c = 0$$

$$\Leftrightarrow x=0 \quad \vee \quad x=-1 \quad \vee \quad x^2+1=1 \quad \Rightarrow \quad \underline{L = \{0, -1\}}$$

$$\begin{aligned}
 a^2 + 2ab + b^2 &= (a+b)^2 \quad \textcircled{1} \\
 a^2 - 2ab + b^2 &= (a-b)^2 \quad \textcircled{2}
 \end{aligned}$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \quad \textcircled{3}$$

binomische Formel



$$(c) \quad x \ln(x) + x^2 \ln(x^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x \cdot \ln(x) + x^2 \cdot 2 \cdot \ln(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 2x^2) \cdot \ln(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{x}_{a} \underbrace{(1 + 2x)}_b \cdot \underbrace{\ln(x)}_c = 0$$

$$\Leftrightarrow x=0 \vee x=-\frac{1}{2} \vee x=1 \Rightarrow \underline{\underline{L = \{1\}}}$$

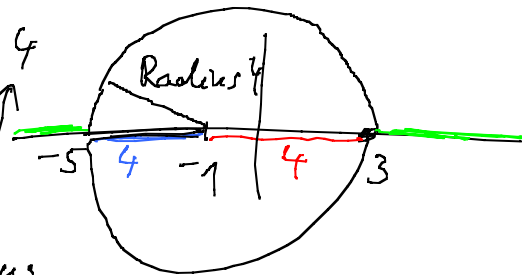
Betragsungleichung

$$|x + 1| > 4$$

$$|x - (-1)| > 4$$

↑
Umkehrpunkt

Radius



Lösungsmenge:

alle Zahlen die von
 $x = -1$ weiter als 4

wegliegen $L = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -5 \vee x > 3\}$

~~Quadratische Betragsungleichung~~

Quadratische Betragsungleichung

$$(x+1)^2 > 16$$

$$\Leftrightarrow |x+1| > 4$$

$$\Leftrightarrow x < -5 \vee x > 3 \quad (5.0.)$$

Knorrenschild S. 97
 $a^2 > b^2 \Leftrightarrow |a| > |b|$

Summen

$$\sum_{k=1}^m A_k = A_1 + A_2 + \dots + A_m$$

$$\text{Aufgabe (a)} \quad \sum_{k=1}^{50} k^4 - \sum_{k=4}^{54} (k-2)^4$$

$$= 1^4 + \cancel{2^4} + \dots + \cancel{50^4}$$

$$= (\cancel{2^4} + \cancel{3^4} + \dots + \cancel{50^4} + 51^4 + 52^4)$$

$$= 1^4 - 51^4 - 52^4 \approx -14 \cdot 10^6$$

$$(b) \quad \sum_{i=1}^{50} i(i-1) - \sum_{i=3}^{52} i(i+1)$$

$$= 1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + \dots + \cancel{49 \cdot 48} + \cancel{50 \cdot 49}$$

$$- (\cancel{3 \cdot 4} + \cancel{4 \cdot 5} + \dots + 51 \cdot 52 + 52 \cdot 53)$$

$$= 1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 - (50 \cdot 51 + 51 \cdot 52 + 52 \cdot 53)$$

$$= \underline{\underline{-7950}}$$

Doppelsummen

$$\text{Bsp} \quad \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n a = a \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n 1$$

$$= a \cdot m \cdot n \quad (\text{wg } m \cdot n \text{ Schleifendurchläufen})$$

Übung (a) $\sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^{10} k \cdot i = \left(\sum_{k=1}^2 k \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{10} i \right)$

$\left. \begin{array}{l} \text{von } k \\ \text{abhängig} \end{array} \right\} = (1+2) \cdot (1+2+\dots+9+10)$

$\left. \begin{array}{l} \text{von } i \\ \text{abhängig} \end{array} \right\} = 3 \cdot \underbrace{5 \cdot 11}_{11} = \underline{\underline{165}}$

$$(b) \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^4 ((k \cdot i)^2 + 5) =$$

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^4 k^2 \cdot i^2 + \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^4 5 =$$

$$\left(\sum_{k=1}^3 k^2 \right) \left(\sum_{i=1}^4 i^2 \right) + 5 \cdot 3 \cdot 4 =$$

$\underbrace{14 \cdot 30 + 60}_{\text{Anz. Schleifendurchläufe}} = \underline{\underline{480}}$