

[MH 1 V 01.10.2014]

Wolfgang Koenen www.gwi.fh-koeln.de/~koenen

Ü-Termine: Aktiv-Übung, selber vorrechnen

P (Praktikum): Einführung Pflichtterminum

Dr. Elmar Lau, [Do, 09.10., 17-19 Uhr, R0.402]

Bis dahin: Maple-Lizenz holen mit Studi-Ausweis
Campus-IT-Sprechstunde Raum 3.200

Kap. 1 Aussagenlogik

Beispiele

	Aussage	Aussage form $A(x)$
A: Alle Menschen sind Brüder	✓ (f)	—
B: Dieses Skript hat 1000 Worte	✓ (f)	—
C: Wie spät ist es?	—	—
D: $2 + 2 = 4$	✓	—
E: $x + 7 = 9$	—	✓
F: $(x+2)^2$	—	— (Term)

Term	$(x+2)^2$ $= x^2 + 4x + 4$	Gleichung (Aussage)	$x + 7 = 9$ $\Leftrightarrow x = 2$	$ - 7$
------	-------------------------------	------------------------	--	---------

Wahrheitstafel

0: falsch
1: wahr

A	B	$\bar{A}$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Leftrightarrow B$	$A \Rightarrow B$
0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1	1

Wieso?

Beispiel zu $A \Rightarrow B$:

"Wenn ein Mann einen Sohn, ist er Vater"

A: Ein Mann hat einen Sohn
B: Dieser Mann ist Vater

$A \Rightarrow B$

Die Umkehrung $B \Rightarrow A$ gilt NICHT

"Wenn M Vater ist, hat er Sohn" ist falsch

(denn ein Mann kann ja auch Töchter haben)

$(A \Rightarrow B)$: Wenn M Sohn hat, ist er Vater

$(\bar{A} \vee B)$: M hat keinen Sohn oder M ist Vater

$(\bar{B} \Rightarrow \bar{A})$: Wenn M nicht Vater ist, hat er keinen Sohn

A	B	C	$B \wedge \bar{C}$	$A \vee (B \wedge \bar{C})$	$\bar{B} \vee C$	$\bar{A} \wedge (B \Rightarrow C)$
0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	1	0

$$\overline{A \vee (B \wedge \bar{C})} \Leftrightarrow \bar{A} \wedge (B \Rightarrow C)$$

Kann man auch über Regeln rechnen

$$A \vee (B \wedge \bar{C}) \Leftrightarrow \quad | \text{De Morgan}$$

$$\bar{A} \wedge \overline{(B \wedge \bar{C})} \Leftrightarrow \quad | \text{ " " }$$

$$\bar{A} \wedge (\bar{B} \vee \bar{\bar{C}}) \Leftrightarrow \quad |$$

$$\bar{A} \wedge (\bar{B} \vee C) \Leftrightarrow \quad | \text{"} \Rightarrow \text{" - Regel}$$

$$\bar{A} \wedge (B \Rightarrow C)$$

Negieren von Aussageformen

$$A(x) \Leftrightarrow x > 1$$

$$\text{Negieren } \overline{A(x)} \Leftrightarrow x \leq 1$$



Übung 2 Negiere!

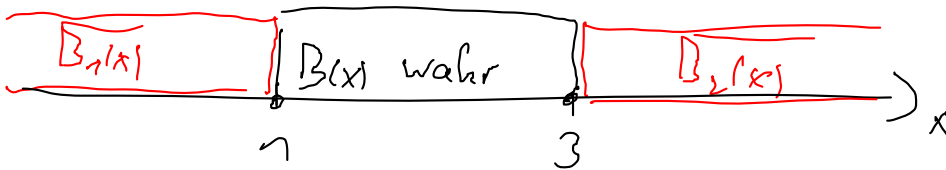
$$a) A(x) \Leftrightarrow \underbrace{x > 1}_{A_1(x)} \vee \underbrace{x < -2}_{A_2(x)}$$

$$\overline{A(x)} \Leftrightarrow -2 \leq x \wedge x \leq 1$$



$$\Leftrightarrow -2 \leq x \leq 1$$

$$b) B(x) \Leftrightarrow x \in [1, 3] \Leftrightarrow 1 \leq x \wedge x \leq 3$$



$$\overline{B(x)} \Leftrightarrow x < 1 \vee 3 < x$$

$$\Leftrightarrow x \notin [1, 3]$$

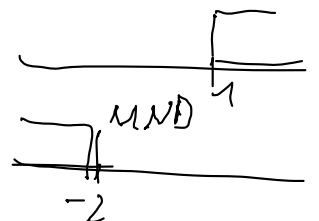
$$\Leftrightarrow x \in \mathbb{R} \setminus [1, 3]$$

$$c) C(x) \Leftrightarrow x > 1 \wedge x < -2$$

$$\Leftrightarrow 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \text{falsch für alle } x \in \mathbb{R}$$

$$\overline{C(x)} \Leftrightarrow 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \text{wahr für alle } x \in \mathbb{R}$$



Indirekter Beweis

Beweise $A \Rightarrow B \quad (\Leftrightarrow)$

Trick $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$

Wir nehmen an, es gelte $\bar{B}$. Wenn dann gefolgt werden kann $\bar{A}$, also Widerspruch zu A , dann gilt $A \Rightarrow B$

Beweis Schubfachprinzip

$A \Rightarrow B$ mit A : $n+1$ Objekte in Schubfächern
und B : mind. 1 Schubfach hat ≥ 2 Objekte

Indirekter Beweis:

$\bar{B}$: jedes Schubfach hat 0 oder 1 Objekte



in Summe

$\leq n$ Objekte

$\Rightarrow$ keine $n+1$ Objekte $\Rightarrow \bar{A}$

Damit ist $A \Rightarrow B$ bewiesen ■ q.e.d.