

Bereiten Sie die Aufgaben parallel zu den in der Vorlesung besprochenen Themen für die nächsten Übungsstunden jeweils vor!

Aufgabe 1

Für folgende unbestimmten Integrale brauchen Sie noch keine komplizierte Regel:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int \frac{1}{2} x^5 dx & \text{b) } \int \frac{1}{x^2} dx & \text{c) } \int \sqrt[3]{z} dz \\ \text{d) } \int \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx & \text{e) } \int \frac{\sqrt{2x} \sqrt{3x}}{\sqrt[4]{x^3}} dx & \text{f) } \int (5x^2 - 3x + 7) dx \end{array}$$

Aufgabe 2

Für folgende bestimmte Integrale brauchen Sie noch keine komplizierte Regel:

$$\text{a) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx \quad \text{b) } \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} (2x + \sin x - \cos x) dx$$

Aufgabe 3

Bei folgenden Integralen wenden Sie die partielle Integration an:

$$\text{a) } \int x \cos x \, dx \quad \text{b) } \int x^2 e^x dx \quad \text{c) } \int x^2 \sin x dx \quad \text{d) } \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$$

Aufgabe 4

Bei folgenden Integralen wenden Sie die Integration durch Substitution an:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \int \frac{x}{x^2 - 1} dx & \text{b) } \int \frac{x^2}{1 - 2x^3} dx \\ \text{c) } \int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \sin x \cdot \cos x \, dx & \text{d) } \int \frac{e^x + x e^x}{x e^x} dx \end{array}$$

Aufgabe 5

Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale. Wenden Sie die passenden Integrationsregeln an:

a) $\int \frac{\sin t}{\cos t} dt$ b) $\int x \sin x dx$ c) $\int x \cdot \sqrt{4 + 3x^2} dx$

Aufgabe 6

Berechnen Sie den Inhalt der Flächen, die von den folgenden Funktionen eingeschlossen werden, machen Sie sich zunächst eine Skizze:

- a) $f(x) = x^2 - 2x - 1$ und $g(x) = 3x - 1$
- b) $f(x) = \ln x$ und $x = 5$ und $y = 0$
- c) $y = \sin x - \cos x$ und $y = 0$ zwischen den Nullstellen der Funktion im Intervall $[0; 2,5\pi]$

Aufgabe 7

Gegeben sei die Fläche, die von der Kurve mit der Gleichung $y = x^2$ ($x > 0$), der y-Achse und der Geraden mit der Gleichung $y = b^2$ begrenzt wird. Wie heißt die Gleichung der Geraden, welche die beschriebene Fläche halbiert und parallel zur x-Achse verläuft?

Aufgabe 8

Berechnen Sie folgende uneigentliche Integrale:

a) $\int_2^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$ b) $\int_0^{\infty} 3e^{-2x} - e^{-x} dx$

Aufgabe 9

Gegeben ist $f(x) = \frac{1}{2}x \cdot \sqrt{4 - x}$

Die Fläche, die der Graph mit der x-Achse einschließt, rotiere um die x-Achse. Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Körpers.