

V Mathe 1 , 7.10.2015

Wolfgang Koenen , Physiker

Raum 3.230 , Sprechstunde Mi 11.45-12.30

www.th-koeln.de/personen/wolfgang.koenen

MA-1 P : Do, 15.10., 17-19, R 0402

Prakt. - Einführung (Elmar Leu)

PFLICHTTERMIN

Maple-Lizenz → Studentenausweis

→ Campus-IT, R 3.200

Aussagenlogik

Wahrheitstabelle (1: WAHR, 0: FALSCH)

	A	B	$\bar{A}$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Leftrightarrow B$	$A \Rightarrow B$	$B \Rightarrow A$
0	0	0	1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	0	1	0	1	0
2	1	0	0	0	1	0	0	1
3	1	1	0	1	1	1	1	1

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\bar{A} \vee B)$$

Sprachliches Beispiel

"Wenn ein Mann einen Sohn, ist er Vater."

A: Mann hat Sohn.

B: Mann ist Vater.

$(B \Rightarrow A)$ ist i. d. R. nicht wahr

"Wenn M Vater, dann hat er Sohn." FALSCH

$\bar{A}$: M hat keinen Sohn

B: M ist Vater

	A	B	C	$B \wedge \bar{C}$	$A \vee (B \wedge \bar{C})$	$B \Rightarrow C$	$\bar{A} \wedge (B \Rightarrow C)$
0	0	0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0	1	1
2	0	1	0	1	1	0	0
3	0	1	1	0	0	1	1
4	1	0	0	0	1	1	0
5	1	0	1	0	1	1	0
6	1	1	0	1	1	0	0
7	1	1	1	0	1	1	0

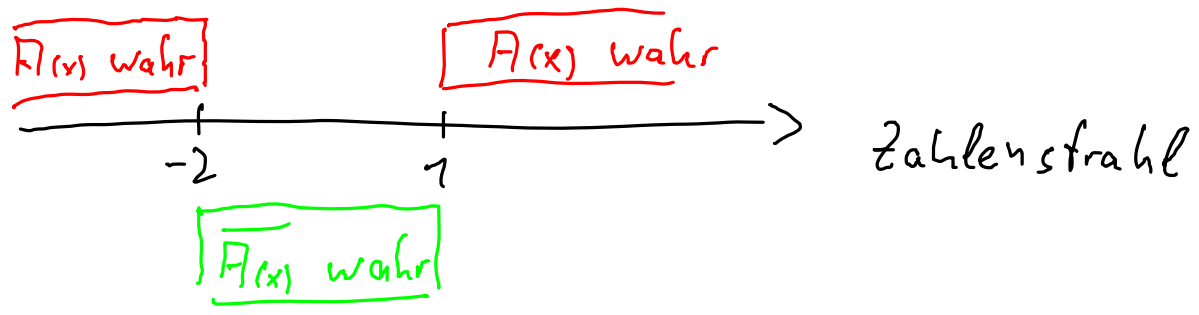
Negation ↗

über Wahr. Tab. bewiesen: $\boxed{\overline{A \vee (B \wedge \bar{C})} \Leftrightarrow \bar{A} \wedge (B \Rightarrow C)}$

Aussageform negieren:

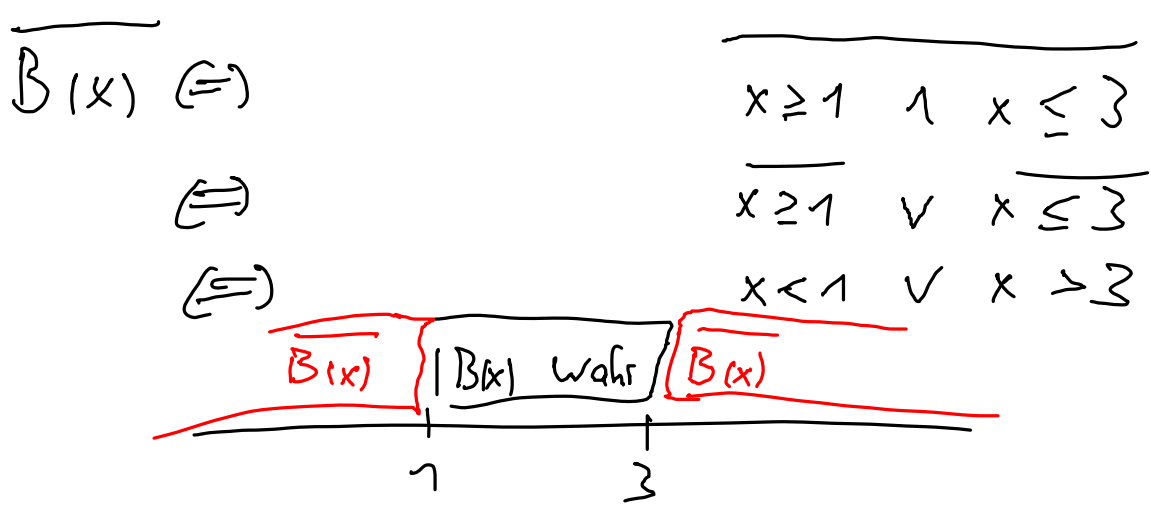
$A(x)$ ist diejenige Aussageform, die für alle x mit " $A(x)$ ist wahr" zu falscher Aussage wird.

$$A(x) \Leftrightarrow x > 1 \vee x < -2$$



$$\begin{aligned} \overline{A(x)} &\Leftrightarrow x \leq 1 \wedge x \geq -2 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 1 \\ &\Leftrightarrow x \in [-2, 1] \end{aligned}$$

$$B(x) \Leftrightarrow x \in [1, 3] \Leftrightarrow x \geq 1 \wedge x \leq 3$$



$$C(x) \Leftrightarrow x > 1 \wedge x < -2 \Leftrightarrow \emptyset \text{ (d.h. falsch } \forall x)$$

$$\overline{C(x)} \Leftrightarrow 1 \quad (\text{d.h. wahr } \forall x)$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : \overline{C(x)}$$

Übung 3

a) (Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $2n$ ist gerade) - Negation

$\Leftrightarrow$ Nicht für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $2n$ ist gerade

$\Leftrightarrow$ Es ex. $n \in \mathbb{N}$: $2n$ ist ungerade (falsche Aussage)

$$\forall n \in \mathbb{N} : \underline{2n \text{ gerade}}$$

$$\Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N} : \underline{2n \text{ gerade}} \Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N} : 2n \text{ ungerade}$$

b) $\forall x \in \mathbb{R} : x=2 \Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R} : \overline{x=2} \Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R} : x \neq 2$

c) $\exists n \in \mathbb{N} : \underline{n^2 \text{ gerade}}$

$\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N} : \underline{n^2 \text{ gerade}}$

$\Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N} : n^2 \text{ ungerade} \quad (\text{falsche Aussage})$

Indirekter Beweis

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\overline{B} \Rightarrow \overline{A})$$

Beweis Schubfachprinzip

$\overline{B}$: jedes Schubfach
hat 0 oder 1 Objekte

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & & 1 \\ \boxed{0} & \boxed{0} & \dots & \boxed{0} \\ \hline & n \text{ Fächer} \end{array}$$

$$\text{Summe} \leq n$$

$\Rightarrow$ Summe $\leq n$ Objekte

$\Rightarrow$ Widerspruch zu A: "n+1 Objekte"

Produktmenge

$$A \times B$$

$$\left. \begin{array}{l} A = \{1, 2\} \\ B = \{a, b\} \end{array} \right\} A \times B = \{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b)\}$$

$$|A \times B| = |A| \cdot |B|$$

Vektoren $(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} = \mathbb{R}^2$