

V MA1 14.10.2015

- Tutorium: Alex Zaufke, Steffen Weber
Mi, 15-16³⁰, R 3.111
Start: 21.10.2015
- Do, 15.10., 17-19⁰⁰ Einführung Prakt
R 0.402 PFLICHT
- Übungen: Di 11 ~ 30
 ~ 15
 Di 17 ~ 4
- V-"Knigge" — klopfen
 \ verlassen

Wdh: All-Quantor $\forall x \in \mathbb{R} : A(x)$
Existenz- " $\exists x \in \mathbb{R} : A(x)$

$$\forall x \in \mathbb{R} : A(x) \Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R} : \overline{A(x)}$$

Zu zeigen: $A \Rightarrow B$

Indirekter Bew: $\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$

Euklid: Beweis, daß $\sqrt{2}$ keine rationale Zahl ist

Beweis: Angenommen $\sqrt{2}$ sei rational $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$
mit p und q teilerfremd

$$\Rightarrow \left(\frac{p}{q}\right)\left(\frac{p}{q}\right) = 2 \Leftrightarrow p^2 = 2q^2 \Rightarrow p^2 \text{ gerade Zahl}$$

$$\Rightarrow p \text{ enthält Faktor } 2 \Rightarrow p^2 \text{ hat Faktor } 4$$

$$\Rightarrow \exists z \in \mathbb{Z} : p^2 = 4r^2 \Rightarrow 4r^2 = 2q^2 \Rightarrow 2r^2 = q^2$$

$$\Rightarrow q \text{ gerade} \Rightarrow \text{Widerspruch zu } p \text{ und } q \text{ teilerfremd}$$

$$\Rightarrow \text{Annahme ist falsch}$$

(Zahlmengen und Intervalle)-Übung:

Intervall	Menge	Beschreibung
$(c, -5)$ $]c, -5[$	$\{x \in \mathbb{R} \mid c < x < -5\}$	offene Intervall zw c und -5
$(-10, -8]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid -10 < x \leq -8\}$	halboffene Intervall zw -10 und -8
$(0, 5)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 5\}$	offenes Intervall aller reellen Zahlen zw. 0 und 5
$(0, \infty)$ $]0, \infty[$	$\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x\} =$ $\{x \in \mathbb{R}^+\} = \mathbb{R}^+$	alle positiven reellen Zahlen 0 ist keine positive Zahl

Logarithmus

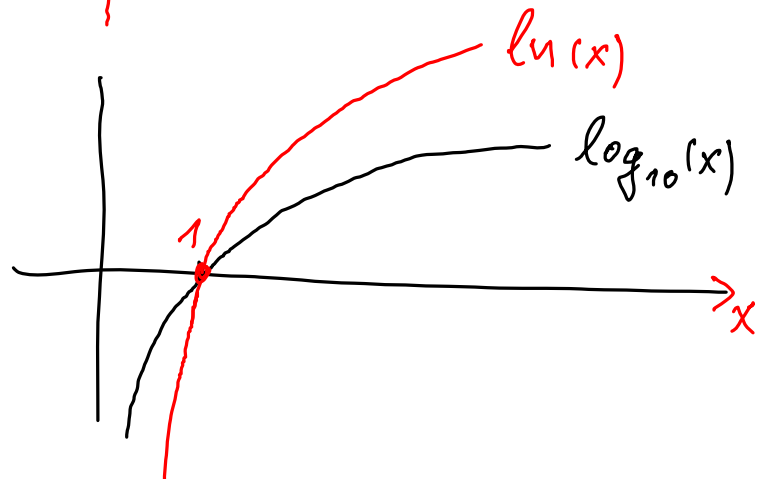
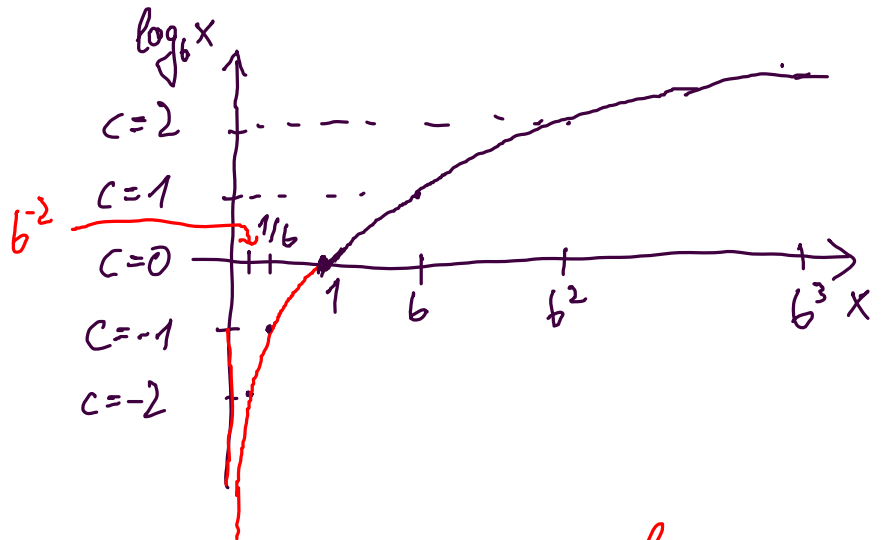
$c = \log_b a$ ist diejenige pos. Zahl, für die gilt $b^c = a$

Daraus folgt

1) $b^{\log_b a} = a$

2) $c = \log_b b^c$

c	$\log_b b^c$
0	$\log_b 1$
1	$\log_b b^1$
2	$\log_b b^2$
-1	$\log_b b^{-1}$
-2	$\log_b b^{-2} = \log_b \frac{1}{b^2}$



Aufgabe Autobatterie

$T_{\text{halb}} = 1$ (Woche)

$w = 0 : L(0) = 100\%$

$w = 2 : L(w) = 20\% = 0.2$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{w/1} = 0.2$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^b = a^{-b}$$

$$2^{-w} = 0.2 \quad | \text{ld}()$$

$$\text{ld}(2^{-w}) = \text{ld}(0.2)$$

$$-w = \text{ld}(0.2) \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{w = 2.322}}$$

$$= \frac{\ln(0.2)}{\ln(2)}$$

$$\boxed{L(w) = \left(\frac{1}{2}\right)^{w/T}}$$

Aufgabe Mumie

$$L(w) = 35\% = 0.35$$

$$w = s = 8130 \text{ (Jahre)}$$

$$0.35 = \left(\frac{1}{2}\right)^{8130/T}$$

$$0.35 = 2^{-8130/T} \quad | \text{ld}()$$

$$\text{ld}(0.35) = - \frac{8130}{T}$$

$$T = - \frac{8130}{\text{ld}(0.35)} = 5367 \text{ (Jahre)}$$

Hilfe zur Selbsthilfe

$$|x-1| - 3|x+3| = 1$$

Maple : `solve(abs(x-1) - 3*abs(x+3) = 1);`

Nullstellen finden

Lösungen von

$$x^2 - 2x = 0$$

$| : x$

FALSCH

x könnte 0 sein

$$x^2 = 2x$$

$$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

Richtig
AUSKLAMMERN

$$x(x-2) = 0$$

S. 2-9

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$

$$\Leftrightarrow L = \{0, 2\}$$

Übung

3. Binomi

$$a) x^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow (x-5)(x+5) = 0 \Leftrightarrow L = \{5, -5\}$$

$$b) x \ln(x^2+1) + x^2 \ln(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x(1+x) \cdot \ln(x^2+1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x=0 \vee 1+x=0 \vee \ln(x^2+1)=0 \Leftrightarrow$$

$$x=0 \vee x=-1 \vee \underbrace{x^2+1=1}_{x=0} \Leftrightarrow L = \{0, -1\}$$

$$c) x \ln(x) + x^2 \ln(x^2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x \ln(x) + 2x^2 \ln(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x(1+2x) \ln(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x=0 \vee 1+2x=0 \vee \ln(x)=0 \Leftrightarrow$$

$$x=0 \vee x=-\frac{1}{2} \vee x=1 \Leftrightarrow L = \{1\}$$

weil $0, -\frac{1}{2}$ nicht im Def.-bereich $\ln(x)$

Summen + Summenzeichen

$$\text{Bsp } \sum_{i=1}^{50} i(i-1) - \sum_{i=3}^{52} i(i+1)$$

$$= 0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + 49 \cdot 50$$

$$- 3 \cdot 4 - \dots - 49 \cdot 50 - 50 \cdot 51 - 51 \cdot 52 - 52 \cdot 53$$

$$= 2 + 6$$

$$- 50 \cdot 51 - 51 \cdot 52 - 52 \cdot 53 = -7950$$

Bsp separierbare Doppelsumme

$$\boxed{\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}}$$

$$(b) \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^4 ((k \cdot i)^2 + 5)$$

$$= \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^4 (k^2 \cdot i^2) + \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^4 5$$

$$= \left(\sum_{k=1}^3 k^2 \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^4 i^2 \right) + \sum_{k=1}^3 4 \cdot 5$$

$$= (1+4+9) \cdot (1+4+9+16) + 3 \cdot 4 \cdot 5$$

$$= \underline{\underline{480}}$$

$$(a) \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^{10} k \cdot i$$

$$= \left(\sum_{k=1}^2 k \right) \left(\sum_{i=1}^{10} i \right)$$

$$= (1+2) \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} = 3 \cdot 55 = \underline{\underline{165}}$$

$$\left| \begin{array}{c} (1+2+\dots+9+10) \\ \hline 5 \cdot 11 = \frac{10}{2} \cdot 11 \end{array} \right|$$