

| V 12.10.16 . M71 |

PFLICHT Ma Prakt : Mi, 12.10., 17-19 Uhr, 0.402

Tutorium MA1 : Beginn, Do, 13.10, 15-16³⁰

R3.112 / 2.108

Beweis, dass $\sqrt{2}$ kein Bruch ist

Widerspruchsbeweis:

Annahme: $\sqrt{2}$ ist Bruch $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$, $p, q \in \mathbb{N}$

$\exists p, q \in \mathbb{N}$ mit $\frac{p}{q}$ nicht weiter kürzbar derart dass

$$\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{p^2}{q^2} = 2$$

$$\Leftrightarrow p^2 = 2q^2$$

Also ist p^2 gerade Zahl, d.h. p hat Faktor 2

$\Rightarrow p^2$ hat Faktor 4. $\exists r \in \mathbb{N}$ $4r^2 = p^2$

$$4r^2 = 2q^2$$

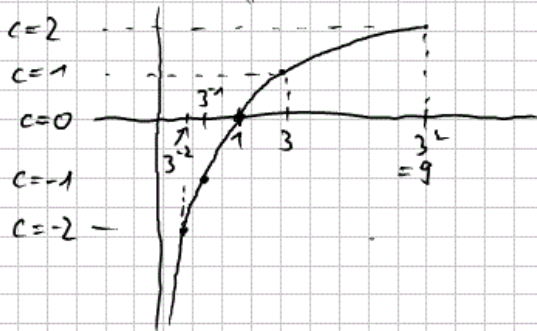
$$\Leftrightarrow 2r^2 = q^2$$

Also ist q^2 gerade Zahl. Widerspruch zu
 " $\frac{p}{q}$ nicht weiter kürzbar " $\downarrow$

Übung Zahlmengen

Intervall	Menge	Beschreibung
$(c, -5)$ $]c, -5[$	$\{x \in \mathbb{R} \mid c < x < -5\}$	offene Intervall aller reellen Zahlen zw. c u. -5
$[-10, -8]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid -10 \leq x \leq -8\}$	halboffene " " " " " "
$(0, 5)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 5\}$	offenes Intervall aller reellen Zahlen zw. 0 u. 5
$(0, \infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$	alle positiven reellen Zahlen
	$= \mathbb{R}^+$	
	$(= \mathbb{R}^{>0})$	

Funktionsgraph von $\log_b(x)$, z.B. $b=3$
 $\log_3(3^c) = c$



Aufgabe Autobatterie

$T_{\text{halb}} : 1 \text{ Woche}$

w : Wartezeit in Wochen
max.

$$L(w) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{w}{T_{\text{halb}}}}$$

$$L(w) = \left(\frac{1}{2}\right)^w$$

$$20\% = \left(\frac{1}{2}\right)^w$$

$$0.2 = \left(\frac{1}{2}\right)^w$$

| $\ln$

$$\ln(0.2) = \ln\left(\left(\frac{1}{2}\right)^w\right)$$

$$= w \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{\ln(0.2)}{\ln(0.5)} = w = \underline{\underline{2.322}}$$

$$= \frac{\ln(0.2)}{\ln(0.5)}$$

weil ich
 $\ln$ statt $\lg$
 genommen hätte

$$\lg(0.2) = \log_2(0.2) = \frac{\ln(0.2)}{\ln(2)} = \dots$$

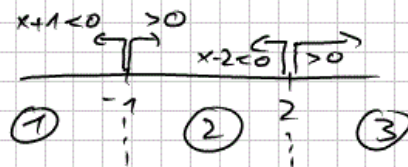
$$\lg(0.5) = \frac{\ln(0.5)}{\ln(2)}$$

Aufgabe Halbwertszeit ^{14}C : (zu Hause)

Lsg: $T_{\text{halb}} = 5367 \text{ Jahre}$

Betragsgleichung

$$|x+1| = 2|x-2|$$



Fall ① $x+1 < 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x < -1}}$:

$$-(x+1) = 2 \cdot (-(x-2)) \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = 5 \quad \downarrow \text{zu } x < -1$$

keine Lsg für ①

Fall ② $-1 \leq x \leq 2$:

$$x+1 = 2(2-x) \Leftrightarrow x+1 = 4-2x \Leftrightarrow 3x = 3$$

$$\underline{x=1} \quad \checkmark$$

Fall ③ $x-2 > 0 \Leftrightarrow \underline{x > 2}$:

$$x+1 = 2(x-2) \Leftrightarrow x+1 = 2x-4 \Leftrightarrow \underline{5=x} \quad \checkmark$$

$$L = \{1, 5\}$$

$$\textcircled{Ü} \quad |x-1| - 3|x+3| = 1 \quad \text{Lösung } L = \left\{-\frac{9}{4}, -\frac{9}{2}\right\}$$

Übung Faktorisierung

a) 3. Binom. Formel $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+5)(x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow x+5=0 \quad \checkmark \quad x-5=0$$

$$L = \{5, -5\}$$

$$b) \quad x \cdot \ln(x^2+1) + x^2 \ln(x^2+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\underline{x} + \underline{x^2}) \ln(x^2+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x \cdot (1+x) \cdot \ln(x^2+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x=0 \quad \vee \quad 1+x=0 \quad \vee \quad \ln(x^2+1)=0$$

$$\Leftrightarrow x=0 \quad \checkmark \quad x=-1 \quad \checkmark \quad \begin{array}{l} x^2+1=1 \\ x^2=0 \\ x=0 \end{array}$$

Def. Bereich
 $x^2+1 > 0$
 ist für alle $x \in \mathbb{R}$
 erfüllt. $D = \mathbb{R}$

$$\Rightarrow L = \{0, -1\}$$

$$c) \quad x \ln(x) + x^2 \ln(x^2) = 0$$

$$\sqrt{D = \mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}}$$

$$\Leftrightarrow \underline{x} \cdot \ln(x) + \underline{x} \cdot x \cdot 2 \ln(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x \cdot (1 + 2x) \cdot \ln(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x=0 \quad \vee \quad x=-\frac{1}{2} \quad \vee \quad \ln(x)=0$$

$$\Leftrightarrow x=0 \quad \vee \quad x=-\frac{1}{2} \quad \vee \quad x=1 \quad \Rightarrow \underline{L = \{1\}}$$

Summen

$$\text{Bsp. b) } \sum_{i=1}^{50} i(i-1) - \sum_{i=3}^{52} i(i+1)$$

$$= 1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + \dots + 50 \cdot 49$$

$$- 3 \cdot 4 - \dots - 49 \cdot 50 - 50 \cdot 51 - 51 \cdot 52 - 52 \cdot 53$$

$$= 2 - 50 \cdot 51 - 51 \cdot 52 - 52 \cdot 53 = 7950$$