

V MA 1 - 22.11.2017

nä Woche 27.11 - 1.12.2017

Profil²-Woche $\Rightarrow$ keine V, Ü, P
MATHE 1

Wdh

Divergenz, Konvergenz, Grenzwert^{2x}
Folgen ✓
Fixpunkt-Iteration
Limes

Grenzwert
neue Funktionen

Modulare Arithmetik

Welche Prüfziffer p gehört zu
ISBN 3-446-19873- p ?

$$\text{Lsg: } 10 \cdot 3 + 9 \cdot 4 + 8 \cdot 4 + 7 \cdot 6 + \dots + 3 \cdot 7 + 2 \cdot 3 + p = 0 \pmod{11}$$

$$\begin{aligned} 250 + p &= 0 \pmod{11} \\ 220 + 22 + 8 + p &= 0 \pmod{11} \\ 8 + p &= 0 \pmod{11} \\ 11 + p &= 3 \pmod{11} \\ \underline{p} &= \underline{3} \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \\ \\ +3 \\ \end{array}$$

ü1 mit Ziffernrechner

$$10 \cdot 3 + \dots + 6 \cdot 9 + 5 \cdot 1 + 4 \cdot 8 + 3 \cdot 7 + 2 \cdot 3 + 3 = 0 \pmod{11}$$

$$261 = 0 \pmod{11}$$

$$8 = 0 \pmod{11} \quad \checkmark$$

d.h. Prüfverfahren zeigt: keine gültige ISBN

ü2

$$10 \cdot x + \dots + 6 \cdot 9 + 5 \cdot 1 + 4 \cdot 8 + 3 \cdot 7 + 2 \cdot 3 + 3 = 0 \pmod{11}$$

$$10x + 231 = 0 \pmod{11}$$

$$0 \pmod{11}$$

$$10x = 0 \pmod{11}$$

$\Leftrightarrow$

$$x = 0$$

x	10x (mod 11)
0	0
1	10
2	20 = 9
3	30 = 8
⋮	⋮
9	90 = 2

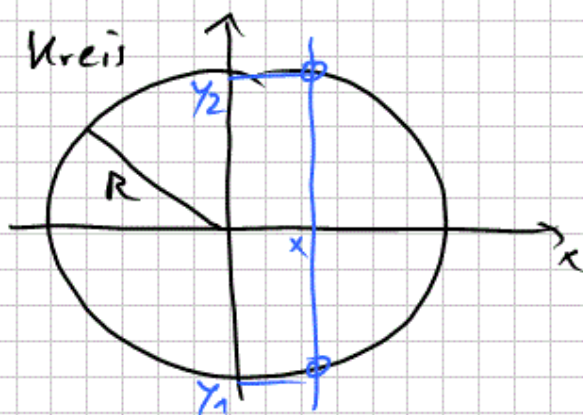
d.h. nur für $x=0$
ist Prüfung (scheinbar)
richtig, für alle
anderen x wird
Doppelfehler erkannt.

Funktionen

Funktion
zu jedem $x \in D$
genau ein $y \in Z$

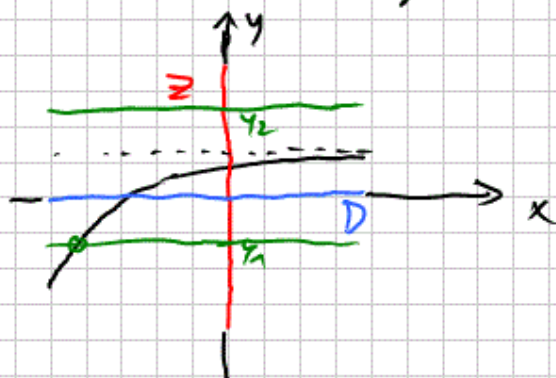


Relation:
beliebige Paare (x, y)
mit $x \in D, y \in Z$



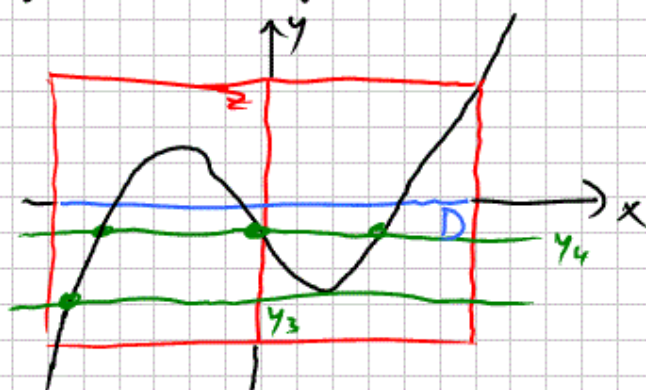
$$x^2 + y^2 = R^2$$

Bilder zu "injektiv, surjektiv, bijektiv"

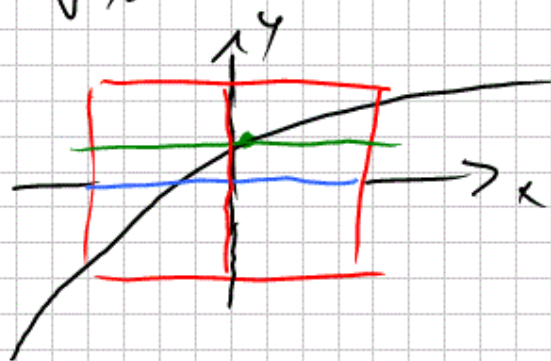


höchstens 1 Schnittpunkt
(Horizontaler $\rightarrow$ Funktionsgraph)
 $\Rightarrow$ INJEKTIV

NICHT SURJEKTIV (wg y_2)



mindestens 1 Schnittpunkt
 $\Rightarrow$ SURJEKTIV
NICHT INJEKTIV (wg y_4)

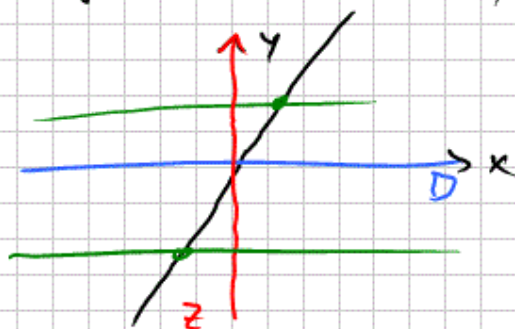


INJEKTIV +
SURJEKTIV
 $\Rightarrow$ BIJEKTIV

ü

a) $f(x) = 2x + 1$

$$f: \underbrace{\mathbb{R}}_D \rightarrow \underbrace{\mathbb{R}}_Z$$



f ist injektiv, surjektiv
bijektiv

rechnerisch: $f(x) = y = 2x + 1 \quad | -1$

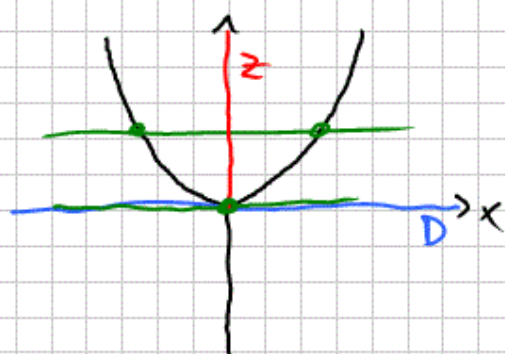
$$y - 1 = 2x \quad | :2$$

$$\frac{y-1}{2} = x$$

nach x auflösbar, also surjektiv

f) $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{\geq 0}$

$$g(x) = x^2$$



$g(x)$ ist surjektiv, aber nicht
injektiv (also auch nicht
bijektiv)

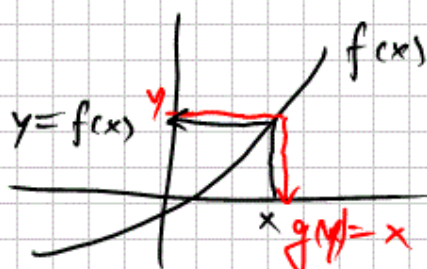
rechnerisch zu "nicht injektiv"

$$g(-2) = g(2) = 4, \text{ also}$$

Widerspruch zu

$$\forall x_1, x_2 \in D: f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

Umkehrfunktion



Beispiel

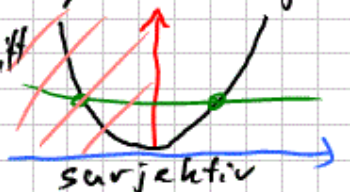
$$f(x) = e^x: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$f^{-1}(x) = \ln(x): \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(f^{-1}(x)) = e(\ln(x)) = x$$

Beispiel $f(x) = x^2$

1. Schritt



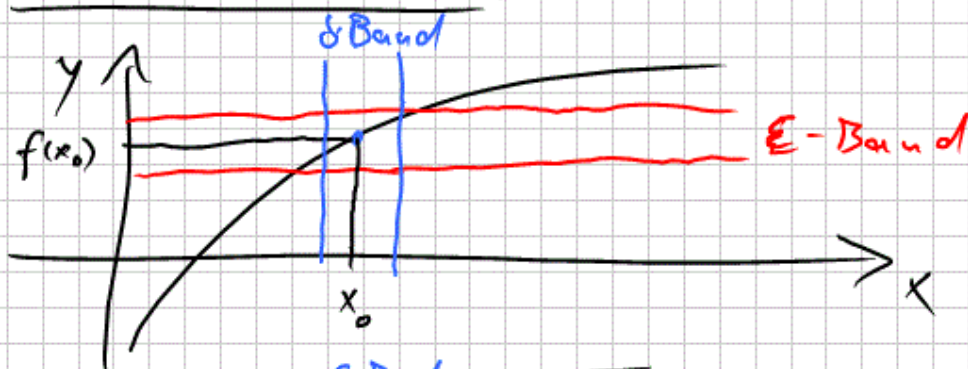
surjektiv
nicht injektiv
 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{\geq 0}$

2. Schritt

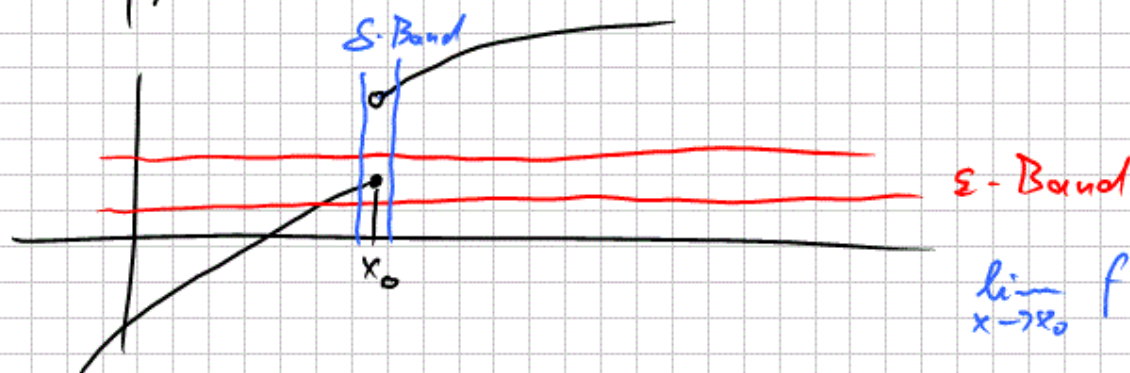


mit $D = \mathbb{R}^{\geq 0}$ ist $f(x) = x^2$
auch injektiv

Grenzwert

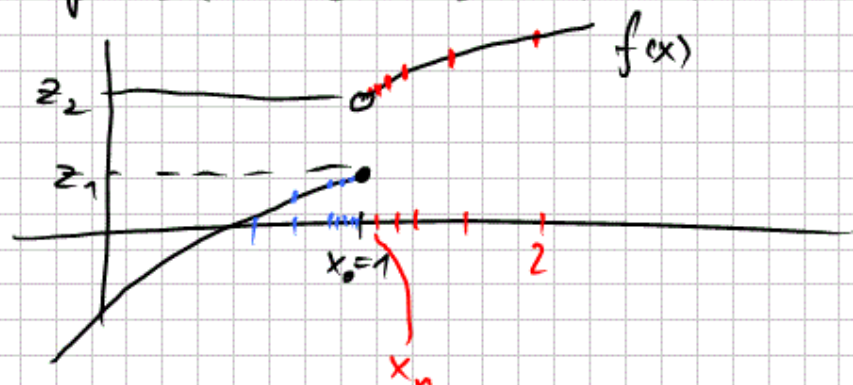


$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = z$
existiert



$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ existiert
nicht

Bsp zu "Grenzwert über Folgen"



$$x_n = 1 + \frac{1}{n}$$

$$(x_n) = (2, 1.5, 1.3, \dots)$$

$$x_n = 1 - \frac{1}{n}$$

Diese Funktion hat keinen Grenzwert bei $x_0 = 1$
weil $x_n = 1 + \frac{1}{n}$ und $x_n = 1 - \frac{1}{n}$ zu verschiedenen
 $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n)$ führen (0 bzw. •)

Aber $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = z_1$ existiert (•)

$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = z_2$ " (o)

