

Bereiten Sie die Aufgaben parallel zu den in der Vorlesung besprochenen Themen für die nächsten Übungsstunden jeweils vor!

Aufgabe 1

Für folgende unbestimmten Integrale brauchen Sie noch keine komplizierte Regel:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int \frac{1}{3} x^8 dx & \text{b) } \int \frac{1}{x^3} dx & \text{c) } \int \sqrt[5]{z} dz \\ \text{d) } \int \frac{1}{\sqrt[5]{x^3}} dx & \text{e) } \int \frac{\sqrt{2x\sqrt{3x}}}{\sqrt[4]{x^3}} dx & \text{f) } \int (5x^3 - 5x + 7) dx \end{array}$$

Aufgabe 2

Für folgende bestimmte Integrale brauchen Sie noch keine komplizierte Regel:

$$\text{a) } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) dx \quad \text{b) } \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} (2x + \sin(x) - \cos(x)) dx$$

Aufgabe 3

Machen Sie sich eine Skizze und beschreiben Sie dann mit Worten, was durch folgende bestimmte Integrale berechnet werden könnte, was ist zu beachten?

$$\text{a) } \int_0^1 (x^2 + 1) dx \quad \text{b) } \int_{-1}^1 |x| dx \quad \text{c) } \int_{-\pi}^{\pi} \sin(x) dx$$

Aufgabe 4

Bei folgenden Integralen wenden Sie die partielle Integration an:

$$\text{a) } \int x \cos(x) dx \quad \text{b) } \int x^2 e^x dx \quad \text{c) } \int x^2 \cdot \cos(x) dx$$

Aufgabe 5

Bei folgenden Integralen wenden Sie die Integration durch Substitution an:

a) $\int \frac{x}{x^2 - 1} dx$

b) $\int \frac{x^2}{1 - 2x^3} dx$

c) $\int \sin(x) \cdot \cos(x) dx$

Aufgabe 6

Berechnen Sie folgende unbestimmte Integrale. Wenden Sie die passenden Integrationsregeln an:

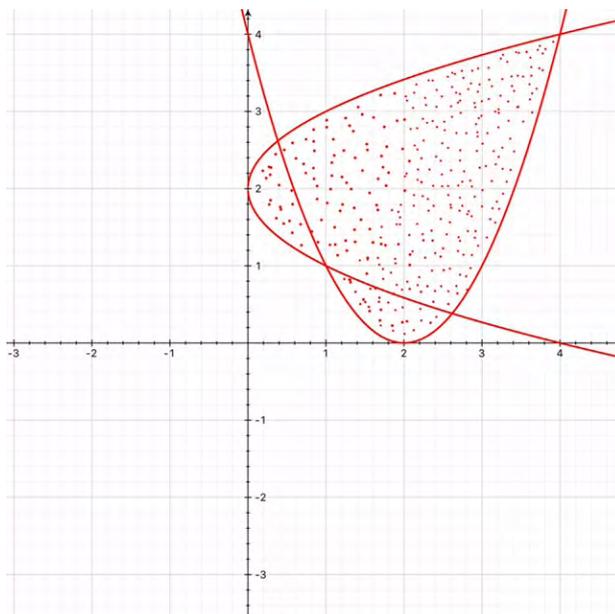
a) $\int \frac{\sin(t)}{\cos(t)} dt$

b) $\int x \sin(x) dx$

c) $\int x \cdot \sqrt{4 + 3x^2} dx$

Aufgabe 7

In folgender Skizze sehen Sie eine herzförmige Fläche! Können Sie daraus sämtliche Funktionsgleichungen ablesen, die diese Fläche umranden? Stellen Sie die Integrale zusammen, die Sie zur Flächenberechnung benötigen.



Aufgabe 8

Gegeben sei die Fläche, die von der Kurve mit der Gleichung $y = x^2$ ($x > 0$), der y -Achse und der Geraden mit der Gleichung $y = b^2$ begrenzt wird. Wie heißt die Gleichung der Geraden, welche die beschriebene Fläche halbiert und parallel zur x -Achse verläuft?

Aufgabe 9

Berechnen Sie folgende uneigentliche Integrale:

a)
$$\int_2^{\infty} \frac{1}{x^2} dx$$

b)
$$\int_0^{\infty} 3e^{-2x} - e^{-x} dx$$

Aufgabe 10

Gegeben ist $f(x) = \frac{1}{2}x \cdot \sqrt{4-x}$

Die Fläche, die der Graph mit der x -Achse einschließt, rotiere um die x -Achse. Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Körpers.