

V MA1 - 10.10.2018

Do keine
2. Vorlesung

<https://blogs.gm.fh-koeln.de/konen/de>

Prof. Wolfgang Konen, Physiker,
mache aber Mathe in der Informatik
Sprechstunde Mi 11⁴⁵ - 12³⁰, R 3.230

Orga

Modul MA1: 3V, 2Ü, 1P
 ↑ ↑ ↑
 keine keine hat
 Anwesenheitspflicht

Ü-Sonderpunkte: die werden in der Klausur angerechnet,
insgesamt max. 10% der Klausurpunkte (10P)

Praktikum: Do, 18.10, 17-19⁰⁰, 0.402 Elmar Lau
Einführung in P MA1

PFLICHTTERMIN

P: Software Maple: SW-Lizenz kostenfrei
Campus-IT (Raum 1.102, Mo-Fr 11-16 Uhr)

Kap 1. Aussagenlogik

Bsp zu Aussage(form)

A: Alle Menschen sind Brüder

B: Dieses Skript hat 1000 Worte

C: Wie spät ist es?

D: $2+2=4$

E: $x+7=9$

F: $x > 2$

G: $(x+2)^2$

Aussage

Aussageform

✓

—

✓

—

—

—

✓

—

—

✓

—

✓

—

—

Term,
auch mit Wert
für x keine Aus-
sage

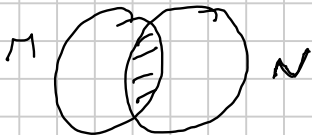
Mnemo-technisch: Wie merkt man sich $\wedge$ $\vee$?

$A \wedge B$ A, B sind Aussagen

$A \vee B$

$M \cap N$ M, N sind Mengen

$M \cup N$



" $\Rightarrow$ " Verknüpfung

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\bar{A} \vee B) \Leftrightarrow (B \Rightarrow \bar{A})$$

~~$\bar{A} \Rightarrow \bar{B}$~~
 ~~$B \Rightarrow A$~~

Sei m ein Mann:

Wenn $\underbrace{m \text{ einen Sohn hat}}_A$, ist $\underbrace{m \text{ Vater}}_B$

$\Rightarrow$

B

ist eine wahre Aussage. Die Umkehrung $B \Rightarrow A$ gilt nicht (denn "Wenn m Vater, dann hat m Sohn" ist falsch wenn m eine Tochter)

Was dagegen gilt, ist

- m hat keinen Sohn oder m ist Vater
- Wenn m nicht Vater ist, hat er keinen Sohn

$$\boxed{\bar{A} \vee B}$$

$$\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$$

ii)

A	B	C	$B \wedge \bar{C}$	$A \vee (B \wedge \bar{C})$	$B \Rightarrow C$	$\bar{A} \wedge (B \Rightarrow C)$
0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	1	0

↳ Negiert

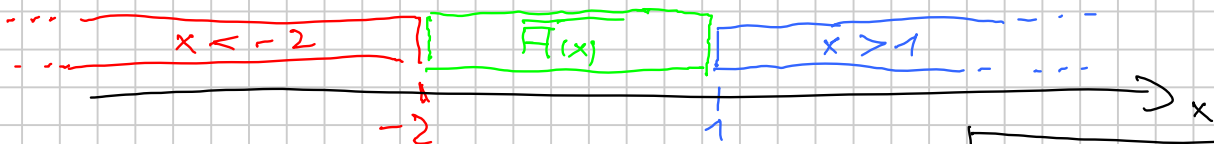
über Wahrheitstabelle bewiesen, dass

$$(\overline{A \vee (B \wedge \bar{C})}) \Leftrightarrow (\bar{A} \wedge (B \Rightarrow C))$$

ü2

Negieren Sie: $x \in \mathbb{R}$

a) $A(x) \Leftrightarrow \underline{x > 1} \vee \underline{x < -2}$



$$\begin{aligned} \overline{A(x)} &\Leftrightarrow (x \geq -2 \wedge x \leq 1) \\ &\Leftrightarrow (-2 \leq x \leq 1) \end{aligned}$$

$$A(x) \Leftrightarrow (x > 1 \vee x < -2)$$

$$\begin{aligned} \overline{A(x)} &\Leftrightarrow \overline{x > 1 \vee x < -2} \\ \text{De Morgan} &\Leftrightarrow \overline{x > 1} \wedge \overline{x < -2} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \underline{x \leq 1 \wedge x \geq -2}$$

ü3

a) $A(x) \Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}: 2n \text{ gerade}$

$$\overline{A(x)} \Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}: 2n \text{ gerade}$$

$$\Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N}: 2n \text{ gerade}$$

$$\Leftrightarrow \exists n \in \mathbb{N}: 2n \text{ ungerade}$$

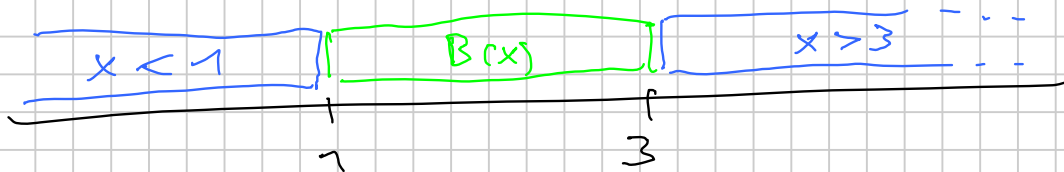
Ü2) b) $B(x) \Leftrightarrow x \in [-1, 3]$

$$\Leftrightarrow x \geq -1 \wedge x \leq 3$$

$$\overline{B(x)} \Leftrightarrow \overline{x \geq -1 \wedge x \leq 3}$$

$$\Leftrightarrow \overline{x \geq -1} \vee \overline{x \leq 3}$$

$$\Leftrightarrow x < -1 \vee x > 3$$



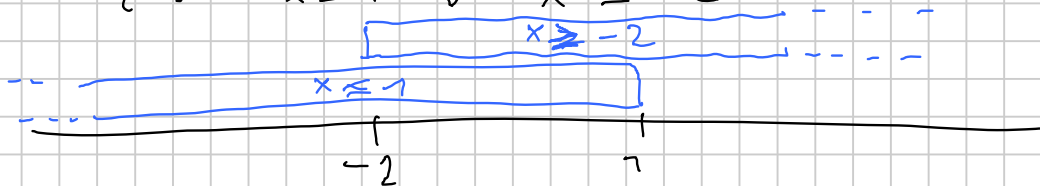
c) $C(x) \Leftrightarrow x > 1 \wedge x < -2$ immer falsch $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\overline{C(x)} \Leftrightarrow \overline{x > 1 \wedge x < -2}$$

De Morgan

$$\Leftrightarrow x \leq 1 \vee x \geq -2$$

immer wahr $\forall x \in \mathbb{R}$



Ü3) b) $\overline{B(x)} \Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R}: x \neq 2$ (wahr)

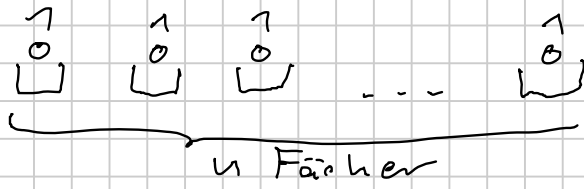
c) $\overline{C(x)} \Leftrightarrow \forall n \in \mathbb{N}: n^2 \text{ ungerade}$ (f)

Indirekter Beweis

Bsp. Schubfach

Hat man $n+1$ Objekte in n Fächern, dann
 $\uparrow$
 gibt es mind. 1 Fach mit 2 Objekten
 $\downarrow$

Beweis: Angenommen es gälte $\overline{B}$: Jedes Fach
 hat nur 0 oder 1 Objekte



Objektsumme $\leq n$ Objekte

im Widerspruch zu A ($n+1$ Objekte)

D.h. aus $\overline{B}$ folgt $\overline{A}$
 $\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$

$(\Rightarrow) \quad A \Rightarrow B \quad \text{q.e.d.}$