

V MA 1 - 07.11.2018

Orga

Ma Prakt : Sprechstunde Beate Bröderhoff

Mi: 14 - 15 Uhr

am besten persönlich bei Tauschwünschen

oder Email an ma-prak...

V 14.11. Aue Schmitter Lin. Algebra

V 21.11. Profil²-Woche : keine V, keine Ü

Landau Notation

<u>ii</u>	Folge	$\mathcal{O}()$
1)	$2n^3 - n^2$	$\mathcal{O}(n^3)$
2)	$7n^5 + 26n^6$	$\mathcal{O}(n^6)$
3)	$n + 3n^2 - 2n \log(n)$	$\mathcal{O}(n^2)$
4)	$\frac{n^4 + n^2}{n+5}$	$\left \frac{n^4 + n^2}{(n+5)} \cdot \frac{1}{n^3} \right = \left \frac{n^4 + n^2}{n^4 + 5n^3} \right \stackrel{\text{g.P. : } n^3}{=} \left \frac{\cancel{n^4} (1 + \frac{1}{n^2})}{\cancel{n^4} (1 + \frac{5}{n})} \right \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1$ $\Rightarrow \underline{\underline{\mathcal{O}(n^3)}}$

$$\boxed{\text{N.R. } \frac{n^4 (+n^2)}{n (+5)} \xrightarrow{\text{gro\ss e } n} \approx \frac{n^4}{n} = n^3 \Rightarrow \text{Hypothese } \mathcal{O}(n^3)}$$

$$5) \frac{n^4 + n^2}{n+5} - n^3 \stackrel{\text{H.N.}}{=} \frac{n^4 + n^2 - n^3(n+5)}{n+5} = \frac{\cancel{n^4} + n^2 - \cancel{n^4} - 5n^3}{n+5} = \frac{n^2 - 5n^3}{n+5}$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{N.R.} \\ \approx \frac{5n^3}{n} \\ = 5n^2 \end{array} \right]$$

Hypothese: $\mathcal{O}(n^2)$

Nachrechnen: $\frac{n^2 - 5n^3}{(n+5)} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{n^2 - \cancel{5n^3}}{\cancel{n^3} + 5n^2} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 5$

Also stimmt $\mathcal{O}(n^2)$

Modulare Arithmetik

modulo im Alltag

$$13 \text{ Uhr} \approx 1 \text{ Uhr}$$

Uhrzeit

$$350^\circ + 20^\circ \equiv 10^\circ$$

Gradzahl Kompass

In der "mod-Welt" NICHT kürzen, denn:

Gegenbeispiel

$$2 \cdot 4 = 5 \cdot 4 \pmod{6}$$

Der Versuch, die 4 zu kürzen
führt auf

$$2 = 5 \pmod{6}$$

, denn $8 = 2 \cdot 4$ und $20 = 5 \cdot 4$
haben beide den Rest 2



Weiteres Beispiel

$$8 + p = 2 \pmod{11} \quad | +3 \quad \text{Was ist } p?$$

$$11 + p = 2 + 3 \pmod{11}$$

$$p = 5 \pmod{11}$$

Bsp Was ist richtiges p für ISBN 3-446-19873- p ?

Lösung:

$$10 \cdot 3 + 9 \cdot 4 + 8 \cdot 4 + 7 \cdot 6 + 6 \cdot 1 + 5 \cdot 9 + 4 \cdot 8 + 3 \cdot 7 + 2 \cdot 3 + p = 0 \pmod{11}$$

$$250 + p = 0 \pmod{11}$$

$$250 - 220 = 22 + p = 0 \pmod{11}$$

$$8 + p = 0 \pmod{11} \quad | +3$$

$$\underline{p = 3 \pmod{11}}$$

Die vollständige ISBN ist 3-446-19873-3

Anderer Weg den Rest von $250 \div 11$ zu bestimmen

$$250 : 11 = 22.7 \Rightarrow 250 - 22 \cdot 11 = 8$$

$$\text{d.h. } 250 = 8 \pmod{11}$$

ü1

$$10 \cdot 3 + 9 \cdot 4 + 8 \cdot 4 + 7 \cdot 6 + 6 \cdot 9 + 5 \cdot 1 + \dots + 3 = 0 \pmod{11}$$

$$261 = 0 \pmod{11}$$

$$261 - 220 - 33 = 0 \pmod{11}$$

$$8 = 0 \pmod{11} \quad \checkmark$$

d.h. Ziffer besteht Überprüfung nicht

ü2

x statt der führenden 3 :

D.h. "10·3" raus und "10·x"

$$10x + (261 - 10 \cdot 3) = 0 \pmod{11}$$

$$10x + \underbrace{231}_{220 + 11} = 0 \pmod{11}$$

$$10x = 0 \pmod{11}$$

⇒ nur $x = 0$ erfüllt die Gleichung
d.h. nur

0-446-91873-3

ist eine (scheinbar) gültige ISBN

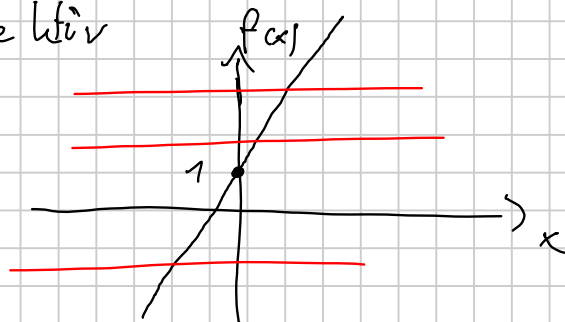
x	10x	.
0	0	✓
1	10	✗
2	20	✗
⋮		
9	90	✗

Reelle Funktionen

Beispiel zu injektiv / surjektiv

a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$

$\Rightarrow f$ ist injektiv + surjektiv
also bijektiv



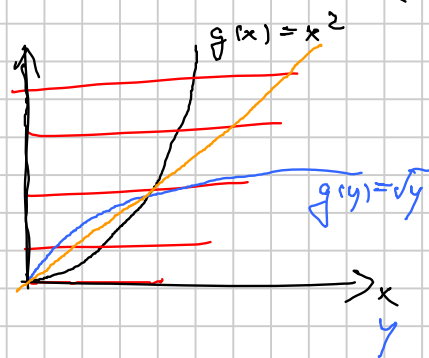
b) $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{\geq 0}, g(x) = x^2$

g ist surjektiv
aber nicht injektiv



$$g: \mathbb{R}^{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}^{\geq 0}$$

ist injektiv + surjektiv
also auch bijektiv



Dann kann ich $y = g(x) = x^2$ eindeutig nach x auflösen

d.h. $g^{-1}(y) = \sqrt{y} = x$ ist die Umkehrfunktion zu $g(x) = x^2$

Umkehrfunktion graphisch = Spiegelung am Winkelhalbierenden
der $y=x$

ü Umkehrfunktion zu $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x + 1$

Lösung: f ist bijektiv (s.o.), also kann ich eindeutig
nach y auflösen

$$y = 2x + 1 \quad | -1, :2$$

$$\frac{y-1}{2} = x = g(y)$$

d.h. $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(y) = \frac{y-1}{2}$ ist Umkehrfkt zu f

Grenzwert einer Funktion

$$f(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$

Was passiert für $x=0$

x	± 0.3	± 0.2	± 0.1	± 0.01
$f(x)$	0.985	0.993	0.998	0.99998

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$$

Bsp für Funktion die keinen Grenzwert bei x_0 hat

