Def D 6-14 Lineare Unabhängigkeit

Wenn $\lambda_1 = \lambda_2 = \cdots = \lambda_m = 0$ die einzige (triviale) Möglichkeit ist, um die Vektorgleichung Einen Ausdruck der Form

$$\lambda_1 \vec{\boldsymbol{a}}_1 + \lambda_2 \vec{\boldsymbol{a}}_2 + \cdots + \lambda_m \vec{\boldsymbol{a}}_m = 0$$

zu erfüllen, dann heißen die Vektoren $\vec{\boldsymbol{a}}_1, \vec{\boldsymbol{a}}_2, \dots, \vec{\boldsymbol{a}}_m \in V$ **linear unabhängig.**

Ist mindestens ein λ_j ungleich 0, dann heißen sie **linear abhängig**. Der Vektor $\vec{\boldsymbol{a}}_j$ lässt sich dann als Linearkombination der anderen Vektoren ausdrücken.

Folgerung aus

6.6. Determinanten

Betrachten wir das folgende System von zwei linearen Gleichungen in zwei Unbekannten x_1 und x_2:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2$$

Nach Auflösung ergibt sich:

$$x_1 = \frac{b_1 a_{22} - a_{12} b_2}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}}$$

$$x_2 = \frac{a_{11} b_2 - b_1 a_{21}}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}}$$

Beide Nenner sind gleich. Außerdem entscheidet (***determiniert***) der Wert des Nenners, ob das System überhaupt lösbar ist. Ist der Nenner gleich Null, ist das System nicht (eindeutig) lösbar. Aus diesem Grund wird der Nenner als Determinante bezeichnet und wie folgt geschrieben:

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}$$

Wir werden den Begriff der Determinante bei der Untersuchung der Lösbarkeit von LGS benötigen.

Für ein 3x3-Schema berechnet sich die Determinante nach dem: