

Gegenbeispiel "Kürzen"

$$\text{Non-Mod: } 2 \cdot 4 = x \cdot 4 \quad | :4$$

$$\Leftrightarrow 2 = x$$

$$\text{Mod 6: } 2 \cdot 4 = 5 \cdot 4 \pmod{6}$$

$$\begin{array}{ccc} 8 & = & 20 \pmod{6} \quad \checkmark \\ \uparrow & & \uparrow \\ R2 & & R2 \end{array} \quad \begin{array}{c} 2 \\ 2 \end{array}$$

$$\text{FALSCH: } 2 \cdot 4 = 5 \cdot 4 \pmod{6} \quad | :4$$

$$2 = 5 \pmod{6} \quad \checkmark$$

$$2. \text{ Beispiel: } 8 + p = 2 \pmod{11} \quad | +3$$

Was ist p ?

$$\uparrow \\ R2$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{8+3}_{11 \equiv_{R0}} + p = 2+3 \pmod{11}$$

$$\Leftrightarrow p = 5 \pmod{11}$$

$$\left(\begin{array}{l} p = -6 \\ p = 16 \end{array} \right)$$

auch o.k.

ISBN L. Singh 3-446-14873-p
Was ist p?

Lösung: $10 \cdot 3 + 9 \cdot 4 + \dots + 3 \cdot 7 + 2 \cdot 3 + p = 0 \pmod{11}$

$$250 + p = 0 \pmod{11}$$

$$\rightarrow 250 - 220 - 22 + p = 0 \pmod{11}$$

$$8 + p = 0 \pmod{11} \quad | +3$$

$$\cancel{8+3} + \underline{p} = \underline{3} \pmod{11}$$

TR: $250 : 11 = 22.7272$
 $\begin{array}{r} 250 \\ - 22 \cdot 11 \\ \hline 0.7272 \cdot 11 = \underline{\underline{8}} \end{array}$

ü ISBN-Prüfung für 3-446-91873-3

Lösung: $10 \cdot 3 + 9 \cdot 4 + \dots + 2 \cdot 3 + 3 = 0 \pmod{11}$

$$261 = 0 \pmod{11}$$

$$261 - \underbrace{220}_{20} - \underbrace{33}_{30} = 0 \pmod{11}$$

$$p = 0 \pmod{11}$$

(keine gültige ISBN)

TR $261 : 11 = 23.7272\dots$
 $\begin{array}{r} 261 \\ - 23 \cdot 11 \\ \hline 0.7272 \cdot 11 = \underline{\underline{8}} \end{array}$

Funktion

Mittwoch, 2. Dezember 2020

10:11

Bsp. zu Grenzwert Funktion

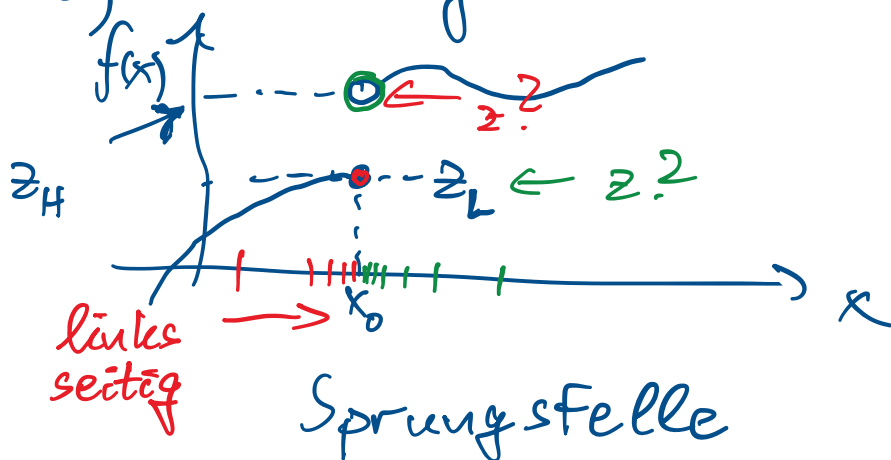
a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \right)$, also $f(x) = \frac{1}{x}$

hat keinen Grenzwert

Denn: $x_n = \frac{1}{n}$ ist Folge mit Grenzwert 0

Einsetzen: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\left(\frac{1}{n} \right)} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} n \rightarrow \infty$
divergent

b) unstetige Funktionen

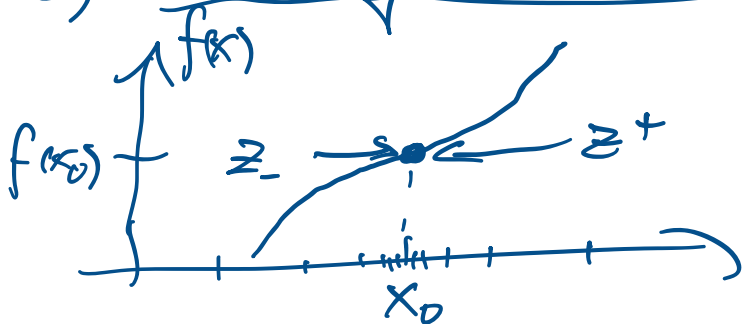


$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = ?$$

existiert
nicht

c) stetige Funktion:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \text{ existiert}$$



Bsp. Grenzwert Funktion

Mittwoch, 2. Dezember 2020 10:53

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{f. } x \geq 0, x \neq 1 \\ -\frac{1}{x} & \text{f. } x < 0 \end{cases}$$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$, denn für $(x_n)_{n \rightarrow \infty} \rightarrow -\infty$ gilt:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x_n} \right) = \underline{\underline{0}}$$

|| $\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) = +\infty$, denn für $(x_n)_{n \rightarrow \infty} \rightarrow 0-$, z.B. $-\frac{1}{n}$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{-\frac{1}{n}} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} -n = \underline{\underline{+\infty}}$$

|| $\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = 1$, denn für $(x_n)_{n \rightarrow \infty} \rightarrow 0+$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_n^2 - 1}{x_n - 1} \right) = \frac{0 - 1}{0 - 1} = \underline{\underline{1}}$$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ existiert nicht ($z^- \neq z^+$)

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$, denn für $(x_n)_{n \rightarrow \infty} \rightarrow 1$

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{x_n^2 - 1}{x_n - 1} \right) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{(x_n + 1)(\cancel{x_n - 1})}{\cancel{x_n - 1}} \right) \\ &= 1 + 1 = \underline{\underline{2}} \end{aligned}$$

Ü Grenzwert

Mittwoch, 2. Dezember 2020

11:29

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \left[(x+1) \cos(x-1) + \frac{\sin(x-1)}{x+1} \right]$$

$$= 2 \cdot \cos(0) + \frac{\sin(0)}{2} = \underline{\underline{2}}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{x+2}{x-1} - \frac{x^2+2x+3}{(x-1)(x+1)} \right] \quad \text{Versuch } \frac{3}{0} - \frac{6}{0} \quad \checkmark$$

$$\text{H.N.} = \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{(x+2)(x+1) - (x^2+2x+3)}{(x-1)(x+1)} \right]$$

H.N. $(x-1)(x+1)$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+3x+2 - x^2-2x-3}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{x-1} \quad 1}{(\cancel{x-1})(x+1)}$$

$$= \frac{1}{1+1} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$