

Indirekter Beweis

Bsp: Schubfachprinzip

"Hat man $n+1$ Objekte in n Fächern,

dann gibt es mind. ein $\overline{A}$ Schubfach mit 2 Objekten oder mehr $\overline{B}$

Beweis: Angenommen, es gälte $\overline{B}$: jedes Fach hat 0 od 1 Objekte

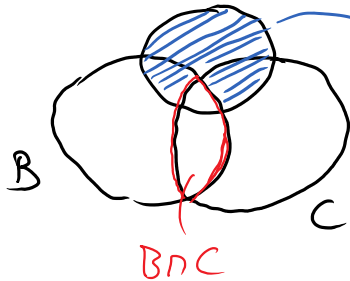
Schubfach $\begin{array}{c} \circ \\ \sqcup \end{array} \begin{array}{c} \circ \\ \sqcup \end{array} \dots \begin{array}{c} \circ \\ \sqcup \end{array} \Rightarrow \text{Summe} \leq n$
 $\textcircled{1} \quad \textcircled{2} \quad \dots \quad \textcircled{n}$

$\Rightarrow$ Widerspruch zu $\overline{A}$: " $n+1$ Objekte", also $\overline{A}$ q.e.d.

Mengen , Venn-Diagramme

Vorbemerkung: Venn-Diagramme so zeichnen, daß alle Schnittmengen vorkommen

Bsp 3 Mengen A, B, C,

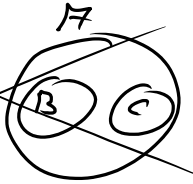


$B \cap C$

Welcher Bereich erfüllt

$$A \setminus (B \cap C)$$

NICHT



Offenes Intervall

$]3, 5[$



$]3, 5]$



Mengen + Intervalle

$]c, -5[$

$(c, -5)$ $\{x \in \mathbb{R} \mid c < x < -5\}$ offenes Int. zw. c u. -5

$[-10, -8]$ $\{x \in \mathbb{R} \mid -10 \leq x \leq -8\}$ halboffene Int. ...

$(0, 5)$ $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 5\}$ offenes Int. zw. 0 u. 5

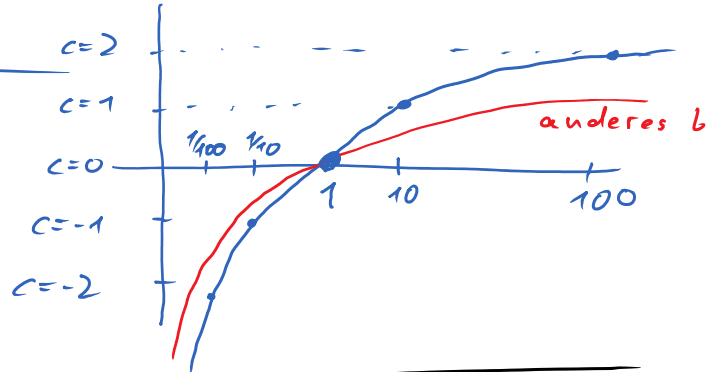
$(0, \infty)$ $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x\}$ alle positiven reellen Zahlen
 $\{x \in \mathbb{R}^+\}$ (0 ist keine pos. Zahl)
 $\mathbb{R}^+$

Logarithmus

$$\boxed{\log_b(b^c) = c}$$

"Der Logarithmus holt den Exponenten herunter"

c	-2	-1	0	1	2	...
b^c	b^{-2}	b^{-1}	b^0	b^1	b^2	
	$= \frac{1}{b^2}$	$= \frac{1}{b}$	$= 1$	$= b$		
10^c	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	1	10	100	...

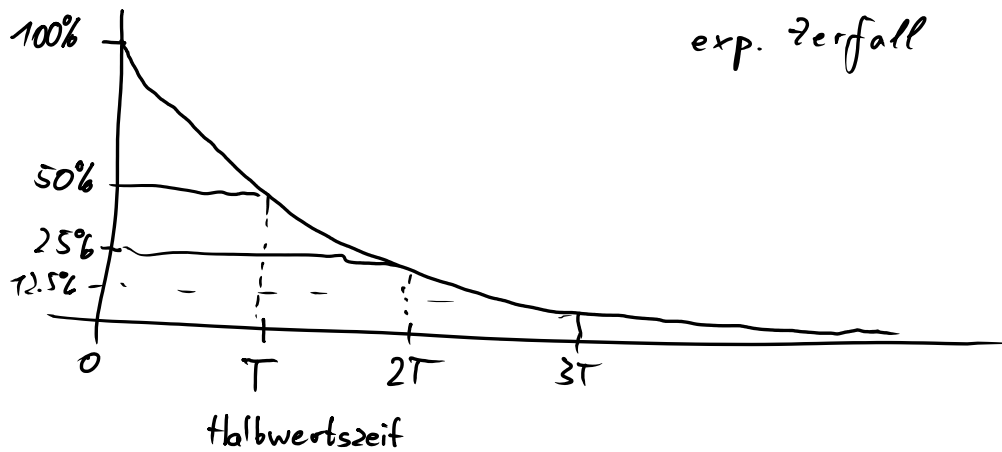


$$\log_{\sqrt[3]{3}}(27) \quad \text{mit TR:} \quad \frac{\ln(27)}{\ln(\sqrt[3]{3})} = \underline{\underline{9}}$$

$$\text{ohne TR: } \log_{\sqrt[3]{3}}(27) = \log_{\sqrt[3]{3}}(\sqrt[3]{3}^9) = \underline{\underline{9}}$$

$$\begin{aligned} \text{N.R. } \sqrt[3]{3} &= 3^{\frac{1}{3}} \\ \Rightarrow (\sqrt[3]{3})^3 &= 3 \\ 27 &= 3^3 \\ &= ((\sqrt[3]{3})^3)^3 \\ &= \sqrt[3]{3}^9 \end{aligned}$$

Logarithmus bei "Ladezustands-Aufgaben"
exp. zerfall



Ladezustand / Konzentration $L(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x/T}$ x : Zeit

Aufgabe Autobatterie

$$L(w) = \left(\frac{1}{2}\right)^{w/T}$$

$$\underbrace{20\%}_{0.2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{w/1} \quad [w: \text{Wochen}]$$

$$0.2 = \left(\frac{1}{2}\right)^w \quad | \ln()$$

$$\ln(0.2) = w \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow w = \frac{\ln(0.2)}{\ln(0.5)} = \underline{\underline{2.322}} \quad [\text{Wochen}]$$

Aufg 1c: Nach $x = 8130$ [Jahren] noch 35%

$$\Rightarrow 0.35 = \left(\frac{1}{2}\right)^{x/T} = \left(\frac{1}{2}\right)^{8130/T} \quad | \ln()$$

$$\Rightarrow \ln(0.35) = \frac{8130}{T} \ln(0.5) \quad | \cdot T, : \ln(0.35)$$

$$T = \frac{\ln(0.5)}{\ln(0.35)} \cdot 8130 = \underline{\underline{5368}} \quad [\text{Jahre}]$$

Betragsgleichung

$$|x+1| = 2|x-2|$$

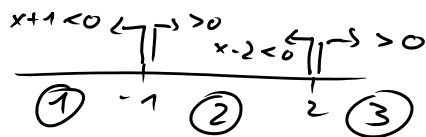
Fall ① $x+1 < 0$ $-(x+1) = -2(x-2)$ $|+2x$
 $x = 5$

Passt Lsg in den Bereich? $\checkmark$ Nein

Fall ② $-1 \leq x < 2$ $(x+1) = -2(x-2)$ $|+2x, -1$
 $3x = 3$
 $x = 1$ $\checkmark$ passt

Fall ③ $x \geq 2$ $(x+1) = 2(x-2)$ $|-x, +4$
 $5 = x$ $\checkmark$ passt

$$L = \{1, 5\}$$

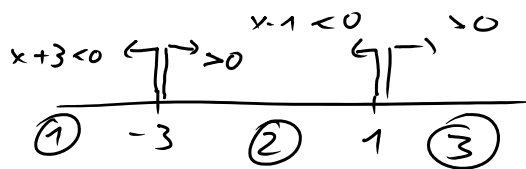


Ü

$$|x-1| - 3|x+3| = 1$$

Betragsgleichung Übung

$$|x-1| - 3|x+3| = 1$$



Fall ①
 $x \leq -3$

$$-(x-1) - 3 \cdot (-(x+3)) = 1$$

$$-x+1 + 3x+9 = 1$$

$$2x = -9$$

$$x = -\frac{9}{2} = -4.5$$

✓ passt

Fall ②
 $-3 < x < 1$

$$-(x-1) - 3(x+3) = 1$$

$$-4x - 8 = 1$$

$$-9 = 4x$$

$$x = -\frac{9}{4} = -2.25$$

✓ passt

Fall ③
 $x > 1$

$$(x-1) - 3(x+3) = 1$$

$$-2x - 10 = 1$$

$$-11 = 2x$$

$$x = -\frac{11}{2}$$

✓ passt
nicht

$$L = \left\{ -\frac{9}{2}, -\frac{9}{4} \right\}$$