

Summen

$$\sum_{k=1}^{50} k^4 = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + 50^4$$

Σ : griech. Sigma

Produkt

$$\prod_{i=1}^3 a_i = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3$$

Π : griech. Pi

$$\prod_{i=1}^n i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n!$$

"n Fakultät"

$$(ii) \sum_{j=1}^{50} j(j-1) - \sum_{i=3}^{52} i(i+1) =$$

$$0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \cancel{3 \cdot 4} + \dots + \cancel{49 \cdot 50} \quad (1. \text{ Summe})$$

$$-\cancel{3 \cdot 4} - \cancel{4 \cdot 5} - \cancel{49 \cdot 50} - 50 \cdot 51 - 51 \cdot 52 - 52 \cdot 53 \quad (2. \text{ Summe})$$

$$0 + 2 + 6 - 50 \cdot 51 - 51 \cdot 52 - 52 \cdot 53 = \underline{\underline{-7950}}$$

Regel: Wenn ein Term in Summe konstant,
darf er vor die Summe gezogen werden

$$\left(\sum_{i=1}^n c a_i = c \sum_{i=1}^n a_i \right)$$

$$2. \text{ B. } \sum_{i=1}^4 20 i^2 = 20 \sum_{i=1}^4 i^2 = 20(1 + 4 + 9 + 16)$$

Bsp separierbare Summen

Was ist $\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 \underbrace{a_k b_i}_{c_{ik}}$ mit $a_k = k^2$

$$b_i = (i+1)^2$$

$$= \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 k^2 \cdot (i+1)^2$$

← separierbar

$$(c_{ik}) = \begin{matrix} & \begin{matrix} a_k \\ \begin{matrix} 1 & 4 & 9 \end{matrix} \end{matrix} \\ \begin{matrix} b_i \\ \begin{pmatrix} 4 & 16 & 36 \\ 9 & 36 & 81 \\ 16 & 64 & 144 \end{pmatrix} \end{matrix} & \begin{matrix} i \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} \end{matrix} \\ \begin{matrix} k \\ \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \end{matrix} \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \sum c_{ik} = 406$$

9 Multiplikationen

$$= \left(\sum_{k=1}^3 a_k \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^3 b_i \right) = 14 \cdot 29 = 406$$

1 Multiplikation

Übung Doppelsummen

$$a) \sum_{k=1}^2 \sum_{i=1}^{10} k \cdot i = \left(\sum_{k=1}^2 k \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{10} i \right)$$

$$= 3 \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} = \underline{\underline{165}}$$

$$b) \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^4 ((k \cdot i)^2 + 5)$$

$$= \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^4 (k^2 \cdot i^2 + 5)$$

$\swarrow$ separ.
 $\nwarrow$ nicht separ.

$$= \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^4 k^2 \cdot i^2 + \sum_{k=1}^3 \sum_{i=1}^4 5$$

$$= \left(\sum_{k=1}^3 k^2 \right) \cdot \left(\sum_{i=1}^4 i^2 \right) + \underbrace{3 \cdot 4 \cdot 5}_{= 60}$$

$$= 14 \cdot 30 + 60$$

Satz 2-11 $\sum_k (A_k + B_k)$
 $= (\sum_k A_k) + (\sum_k B_k)$
 gilt auch für Doppelsummen

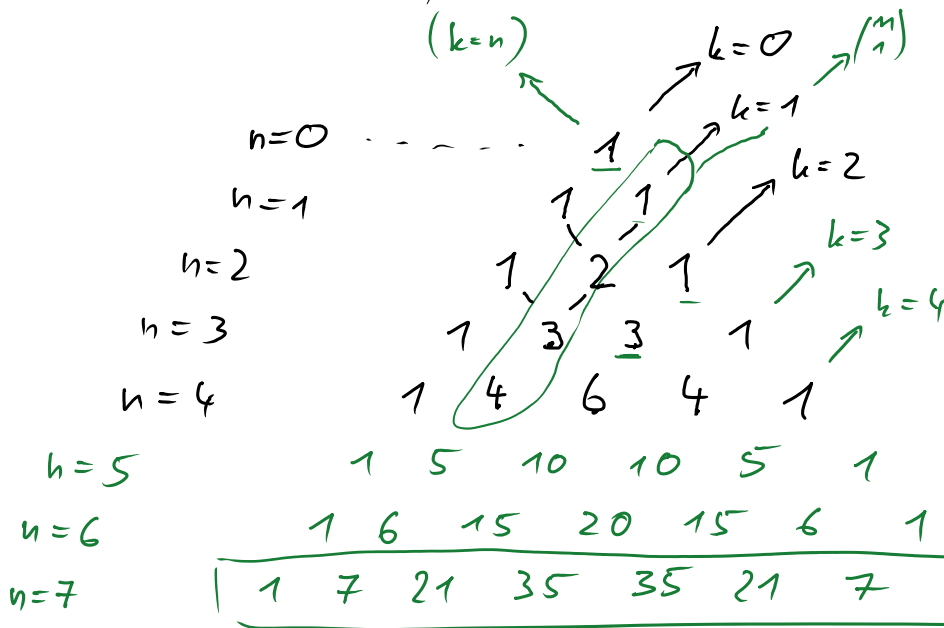
$$= \underline{\underline{480}}$$

$$\sum_{k=u}^0 10$$

$$= \underbrace{(0 - u + 1)}_{\# \text{ Schleifen-durchläufe}} \cdot 10$$

Pascalsches Dreieck listet alle Binomialkoeff $\binom{n}{k}$

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$



Für ii $(a+b)^7$
brauchen wir
Zeile $n=7$

Binom. Satz: $(a+b)^7 = \sum_{k=0}^7 \binom{7}{k} a^k b^{7-k}$

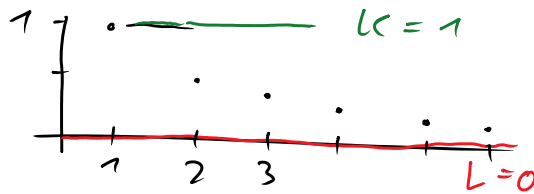
$$= 1 \cdot a^0 b^7 + 7 a^1 b^6 + 21 a^2 b^5 + 35 a^3 b^4 + 35 a^4 b^3 + 21 a^5 b^2 + 7 a^6 b^1 + 1 a^7 b^0$$

ii) Vereinfachen $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = \frac{(n+1) \cdot n \cdot \cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} \quad \left| \quad \frac{1}{n!} + \frac{1}{(n-1)!} = \frac{1}{n!} + \frac{n}{n(n-1)!} \right.$
 $= n(n+1) \quad \quad \quad = \frac{1+n}{n!}$

Beispiele Zahlenfolgen $a_n \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}$

a) $a_n = \frac{1}{n}$

$(a_n) = \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots$



streng monoton
fallend

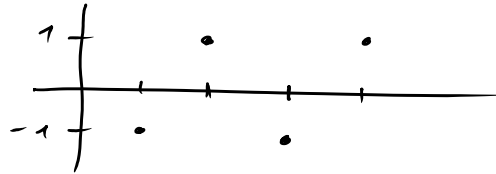
n.o.b. z.B. $K=1$

n.u.b. z.B. $L=0$

b) $a_n = (-1)^n$

$(a_n) = -1, +1, -1, +1$

(alternierend)



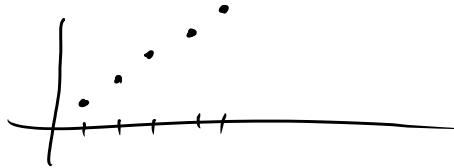
keine Monotonie
beschränkt

z.B. $K=1$

$L=-1$

c) $a_n = n$

$(a_n) = 1, 2, 3, \dots$



streng mon. wachsend
nach oben unbeschränkt

n.u.b. z.B. $L=1$