

4. Rätsel

4.1. Hilberts Hotel

[Dieses Rätsel vertieft und behandelt den Begriff der **Unendlichkeit**, den wir in Kap. 3 „Zahlenfolgen“ kennengelernt haben.]

In einem Hotel mit *endlich* vielen Zimmern können keine Gäste mehr aufgenommen werden, sobald alle Zimmer belegt sind ([Schubfachprinzip](#)). Hilberts Hotel (David Hilbert, bedeutender deutscher Mathematiker) hat nun **unendlich** viele Zimmer (durchnummeriert mit $n \in \mathbb{N}$).



Alle Zimmer in Hilberts Hotel seien belegt. Nun kommt ein weiterer Gast. Der Rezeptionist hat folgende innovative Idee, um ein freies Zimmer für den neuen Gast zu bekommen: Er bittet den Gast von Zi 1, in Zi 2 umzuziehen, den Gast von Zi 2, in Zi 3 umzuziehen, ... usw. Nun ist Zi 1 frei und der neue Gast kann dort einziehen.

1. Ist das Verfahren des Rezeptionisten korrekt?
2. Wir stellen die Hotelbilanz vor und nach dem Umzug (und vor Einzug des neuen Gastes) gegenüber, es ist ja die gleiche Anzahl S von Gästen enthalten:

$$\left. \begin{array}{l} 1 + 1 + 1 + \dots = S \\ 0 + 1 + 1 + \dots = S \end{array} \right\} \ominus$$

$$\begin{array}{l} 1 \\ \end{array} = 0$$

Was ist falsch an diesem Beweis, dass $1 = 0$ ist?

3. Nun kommt ein unendlicher Bus mit abzählbar unendlich vielen neuen Gästen an. Gibt es auch dann eine Methode, wie der Rezeptionist Platz für diese schaffen kann?

[Versuchen Sie sich erst selbst an der Lösung und googeln Sie **nicht** im Internet nach Hilberts Hotel, es gibt dort schon unendlich viele Lösungen 😊]

■ Wenn Sie eine Lösung haben, schreiben Sie mir an wolfgang.konen@th-koeln.de