

Fachprüfung AI / TI / MI Mathematik 1 + 2
Prof. Dr. Wolfgang Konen, Dr. A. Schmitter – FH Köln, Institut für Informatik
26.09.2011

Name: _____

Vorname: _____

Matr.-Nr.: _____

Unterschrift: _____

Klausurdauer: 2 x 60 min.

Hilfsmittel: Formelsammlung Mathematik
 Rezepte Mathe 1+2
 nicht-grafikfähiger Taschenrechner

- Hinweise:**
1. Benutzen Sie keinen Bleistift und keinen roten Stift. Heftung nicht lösen. Keine losen Blätter erlaubt.
 2. Nebenrechnungen gehören in die Klausur - Schmierpapier ist nicht erlaubt.
 3. Ungültige oder falsche Lösungswege durchstreichen. Der Lösungsweg muß nachvollziehbar sein (nur Ergebnis reicht nicht!).
 4. Lesen Sie bitte zunächst die Aufgabenstellungen komplett durch und prüfen Sie auf Vollständigkeit und Verständlichkeit der Aufgaben!
 5. Tragen Sie bitte auf diesem Deckblatt Name, Vorname, Matr.-Nr. und Unterschrift ein!

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Aufgaben	max. Punktzahl	erreichte Punktzahl
1	Zahlen, Summen, Def-Bereiche	13
2	Grenzwerte	10
3	Taylor	12
4	Lineare Algebra	15
5	Extremwerte	14
6	Graphen / Integral	12
7	Statistik	12
8	Komplexe Zahlen / DGL	12
9		
Punktzahl Gesamt:		100

MATHEMATIK 1 Klausur

Aufgabe 1 Zahlen, Summen, Def-Bereiche

Berechnen Sie:

a) Wieviele Stellen (vor dem Komma) haben 2^{567} und 3^{1000} ?

b) Für welche $x \in \mathbf{R}$ ist $g(x) = \ln(\sin(x))$ definiert?

c) $\sum_{m=2}^6 \sum_{n=0}^{39} (mn - 2m - 4)$

[Hinweis: $\sum_{m=1}^M m = \frac{M(M+1)}{2}$]

Aufgabe 2 Grenzwerte

Berechnen Sie den Grenzwert:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{x} \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \ln(x)}}$

(b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2}{n+1} - \frac{n^2}{n-1} \right)$

Aufgabe 3 Taylor

Auf wie viele Stellen genau können Sie die Zahl $\frac{1}{e}$ berechnen, wenn Sie die Funktion $f(x) = \frac{1}{e^x}$

durch ihr Taylorpolynom 6.Grades (Entwicklungspunkt 0) ersetzen und dann den Wert des Polynoms an der Stelle $x=1$ berechnen? Verwenden Sie für die Angabe des Fehlers die Restgliedformel von Lagrange. Schreiben Sie das Taylorpolynom 6.Grades auch in der abkürzenden Summenschreibweise hin.

Aufgabe 4 Lineare Algebra

Um die Stadt A, die an einer geraden Straße liegt, die durch die Punkte **P(0,4)** und **Q(4,0)** geht, soll eine Umgehungsstraße gebaut werden.

Der Verlauf werde durch eine **ganzrationale Funktion 4. Grades** mit der Gleichung

$$y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

beschrieben. Die Umgehungsstraße soll in P und Q tangential in die alte gerade Straße münden (d.h. die Steigungen von alter und neuer Straße stimmen in P und Q überein). Zusätzlich soll die Umgehungsstraße durch den Punkt **R(2,1)** gehen. Machen Sie sich zunächst eine Skizze und berechnen dann mit Hilfe des Gauß'schen Lösungsalgorithmus die ganzrationale Funktion 4. Grades, die die genannten Bedingungen erfüllt.

MATHEMATIK 2 Klausur

Aufgabe 5 Extremwert

Die Studentin Anja will unbedingt die nächste Klausur in Mathematik bestehen. Hierzu muss sie ihren Wissensstand W verbessern. Ihr Wissensstand W (Anteil richtig gelöster Aufgaben) ist eine Funktion der Lernstunden d pro Tag und der Menge T (in Litern) eines von ihr konsumierten Wundertrankes. Für $d > 0.5$ gilt folgende Formel:

$$W = W(d, T) = \frac{19}{32} + \frac{1}{2}d^2 + \frac{3}{4}(T - 2) - d(T - 2) - \frac{1}{3}d^3 - \frac{1}{2}(T - 2)^2$$

Wie soll Anja ihre Lernstunden und den Wundertrank einsetzen, damit ihr Wissensstand beweisbar maximal wird? Welchen Wissensstand erreicht sie dann?

[Hinweis: Sie müssen nur das richtige lokale Optimum finden, die Ränder brauchen Sie nicht zu betrachten!]

Aufgabe 6 Graphen / Integral

- (a) Erklären Sie folgende Begriffe der Graphentheorie: Baum, Wurzelbaum, Länge eines Wurzelbaumes.
- (b) Wieviele Kanten hat der größtmögliche Binärbaum mit Länge 3 ? Mit Länge 4 ? Wie lautet die allgemeine Formel für Länge N ?
- (c) Sie möchten 100 Daten in einem Binärbaum B speichern. Welche Höhe h muss B mindestens haben? (mit Begründung!)
- (d) $\int x\sqrt{x^2 - 1} \, dx$

Aufgabe 7 Statistik

- a) In folgender Tabelle finden Sie, bereits der Größe nach sortiert, die gemessenen Werte beim Weitsprung von 50 Frauen in der Altersklasse 30-39 für das Deutsche Sportabzeichen. Berechnen Sie die für einen Boxplot notwendigen Größen und zeichnen Sie diesen.

2,53	2,54	2,60	2,65	2,66	2,68	2,70	2,70	2,71	2,75
2,75	2,76	2,76	2,78	2,80	2,80	2,80	2,80	2,90	2,95
2,95	3,05	3,20	3,25	3,25	3,26	3,27	3,28	3,30	3,30
3,35	3,35	3,40	3,41	3,42	3,43	3,43	3,44	3,45	3,45
3,49	3,50	3,60	3,70	3,85	3,89	3,95	3,95	3,95	4,20

- b) In einer Schachtel befinden sich 50 Lose, 10 davon weisen einen Gewinn aus. Sie kaufen 5 Lose. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Lose von den fünf Losen gewinnen? Gehen Sie davon aus, dass nach jedem Ziehen eines Loses das Los wieder in die Schachtel zurückgelegt wird.
- c) Für eine normalverteilte Größe X mit $\mu = 50$ gelte $P(X > 58,8) = 0,33$. Welchen Wert hat σ ?

Aufgabe 8 Komplexe Zahlen und DGL

- a) Gegeben ist die komplexe Zahl $z_1 = -1$ Berechnen Sie: $z = (z_1)^{\frac{1}{5}}$
 Geben Sie sämtliche Lösungen auch in der kartesischen Form (=Normalform) an.

- b) Lösen Sie folgende Anfangswertaufgabe für die Funktion **y(x)**:

$$y' = -x \cdot y^2 \quad y(0) = 2$$