Aufgabe 2

Mittwoch, 23. Februar 2011
06:33

a) Def. ber.: $16 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 16 \geq x^2$

$\Leftrightarrow |4| \geq |x|$

$\Rightarrow D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 4\}$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{-2x}{2\sqrt{16-x^2}} = 0 \quad \Big| \cdot 2\sqrt{16-x^2}, \ \cdot 2\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \cancel{2}\sqrt{16-x^2} - \cancel{2}x \cdot 2\sqrt{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{16-x^2} = 2\sqrt{2}\,x \qquad \Big| \ (\ )^2$$

$$\Rightarrow 16 - x^2 = 8x^2$$

$$\Leftrightarrow 16 = 9x^2$$

$$\Leftrightarrow x_{1,2} = \pm \frac{4}{3}$$

Probe: $\sqrt{16 - \frac{16}{9}} = 2\sqrt{2}\left(\pm\frac{4}{3}\right)$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{16 \cdot 9 - 16}{9}} = \pm \frac{8}{3}\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{16 \cdot 8}}{3} = \pm \frac{8}{3}\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{8}{3}\sqrt{2} = \pm \frac{8}{3}\sqrt{2}$$

Probe ist nur für $x_1 = +\frac{4}{3}$ wahr

$$f''(x) = \frac{\sqrt{16-x^2}\,(-1) - (-x) \cdot \frac{1 \cdot (-2x)}{2\sqrt{16-x^2}}}{16-x^2}$$

$$= \frac{-(16-x^2) - x^2}{(16-x^2)^{3/2}} = \frac{-16}{(16-x^2)^{3/2}}$$

Wg $f''\left(\frac{4}{3}\right) \neq 0$ ist bei $x = \frac{4}{3}$ lokaler Extrem-wert mit $f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{2}} \cdot \frac{\cancel{4}^{2}}{3} + \frac{8}{3}\sqrt{2}$

$$= \frac{1}{3}\sqrt{2} + \frac{8}{3}\sqrt{2} = \underline{\underline{3\sqrt{2}}}$$

$$= 4.243$$

Aufgabe 2 (Forts.)

Mittwoch, 23. Februar 2011
07:11

b) $g(x) = x - 4 - \sqrt{6-x} = 0$

$\Leftrightarrow \quad x - 4 = \sqrt{6-x} \quad \Big| \, (\,)^2$

$\Rightarrow \quad (x-4)^2 = 6 - x$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - 8x + 16 = 6 - x$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - 7x + 10 = 0$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - 7x + \left(\frac{7}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} + \frac{40}{4} = 0$

$\Leftrightarrow \quad \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

$\Leftrightarrow \quad x - \frac{7}{2} = \pm \frac{3}{2}$

$\Leftrightarrow \quad x_1 = 5, \quad x_2 = 2$

Probe: $5 - 4 - \sqrt{1} = 0$ ✓

$2 - 4 - \sqrt{4} = -4 \neq 0$ ↯

Einzige Nullstelle ist $\underline{\underline{x = 5}}$