

Fachprüfung AI/MI/TI Mathematik 1 - Probeklausur 1f
Prof. Dr. Wolfgang Konen – FH Köln, Institut für Informatik
12.03.2007

Name: _____

Vorname: _____

Matr.-Nr.: _____

Unterschrift: _____

Klausurdauer: 60 min.

Hilfsmittel: Formelsammlung Mathematik
 Rezepte Mathe 1+2
 nicht-grafikfähiger Taschenrechner

- Hinweise:**
1. Benutzen Sie keinen Bleistift und keinen roten Stift. Heftung nicht lösen. Keine losen Blätter erlaubt.
 2. Nebenrechnungen gehören in die Klausur - Schmierpapier ist nicht erlaubt.
 3. Ungültige oder falsche Lösungswege durchstreichen. Der Lösungsweg muß nachvollziehbar sein (nur Ergebnis reicht nicht!).
 4. Lesen Sie bitte zunächst die Aufgabenstellungen komplett durch und prüfen Sie auf Vollständigkeit und Verständlichkeit der Aufgaben!
 5. Tragen Sie bitte auf diesem Deckblatt Name, Vorname, Matr.-Nr. und Unterschrift ein!

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

| Aufgaben | | max. Punktzahl | erreichte Punktzahl |
|--------------------------|---------------------|----------------|---------------------|
| 1 | Zahlen, Ungleichung | 11 | |
| 2 | Modulare Arithmetik | 9 | |
| 3 | Taylor | 14 | |
| 4 | Lineare Algebra | 16 | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |
| 9 | | | |
| Punktzahl Gesamt: | | 50 | |

Aufgabe 1 Zahlen und (Un-)Gleichungen

- a) Wieviele Stellen (vor dem Komma) haben 2^{567} und 3^{1000} ?
- b) Ein Thermoelement hat einen Widerstand R, der mit seiner Temperatur T in Beziehung steht über $R = \frac{1}{1 - e^{-T/100}}$. Wenn eine Messung R = 50 ergibt, wie hoch ist die Temperatur T ?
- c) Bestimmen Sie die **Lösungsmenge** der Ungleichung $x^2 - 9 > (2x + 2)(x - 3)$ für $x \in \mathbf{R}$.

Fachprüfung AI/MI/TI Mathematik 1 - Probeklausur 1f
Prof. Dr. Wolfgang Konen – FH Köln, Institut für Informatik
12.03.2007

Aufgabe 2 Modulare Arithmetik

In jeder ISBN a-bcd-efghi-p ist die letzte Ziffer p eine Prüfziffer, die wie folgt berechnet wird:

$$10a + 9b + 8c + 7d + 6e + 5f + 4g + 3h + 2i + p = 0 \pmod{11}$$

(Falls der Rest 10 auftritt, wird das Symbol p=X vereinbart.)

- (a) Welche Ziffern $x=0,1,\dots,9$ erfüllen: $13 + x \cdot 17 = 0 \pmod{4}$?
- (b) Welche Prüfziffer p macht 7-3215-4181-p zu einer gültigen ISBN ?
- (c) Es wird die ISBN 7-8215-418z-p eingegeben (mit dem p aus Teil (b)), also ein Einzelfehler an der zweiten Stelle und ein weiterer Fehler (z) an der vorletzten Stelle. Für welche Ziffern z erkennt die Prüfung **keinen** Fehler, obwohl die ISBN falsch ist?

Aufgabe 3 Taylor

- (a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom $T(x)$ zum Grad 2 von $f(x) = \cos\left(\frac{x^2}{4}\right)$ für den

Entwicklungspunkt $x_0 = 2$.

[Hinweis: Terme der Form $(x-2)^n$ brauchen nicht weiter ausgerechnet zu werden]

- (b) Bestimmen Sie die **Restgliedabschätzung** für alle $x \in \left[\frac{3}{2}, 2\right]$. Ersetzen Sie dabei vereinfachend jeden trigonometrischen Term durch 1 oder durch -1, je nachdem, was das größere Ergebnis für $f^{(3)}(x)$ liefert. Welcher Fehler kann demnach für $x = \frac{3}{2}$ maximal auftreten?

Aufgabe 4 Lineare Algebra

Gegeben sei das Gleichungssystem

$$\begin{cases} 4x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 1 \\ x_1 + 8x_2 + \lambda x_3 = 1 \\ 2x_1 - 10x_3 = 2 \end{cases}$$

- (a) Lösen Sie das Gleichungssystem mit dem **Gauß'schen Eliminationsverfahren** und geben Sie die Lösungsmenge in Abhängigkeit von λ an. Machen Sie, wenn nötig, eine Fallunterscheidung! Für welche $\lambda \in \mathbf{R}$ hat das Gleichungssystem **keine, genau eine, unendlich viele** Lösungen?
- (b) Wie lautet für den Fall $\lambda = -1$ die Lösung, die auch $x_1 = 5$ erfüllt? Machen Sie die Probe!