

**Fachprüfung AI/TI/MI    Mathematik 2 – Probeklausur 2e**  
**Prof. Dr. Wolfgang Konen – FH Köln, Institut für Informatik**  
**25.09.2006**

Name: \_\_\_\_\_

Vorname: \_\_\_\_\_

Matr.-Nr.: \_\_\_\_\_

Unterschrift: \_\_\_\_\_

**Klausurdauer: 60 min.**

**Hilfsmittel:** Formelsammlung Mathematik  
 Rezepte Mathe 1+2  
 nicht-grafikfähiger Taschenrechner

- Hinweise:**
1. Benutzen Sie keinen Bleistift und keinen roten Stift. Heftung nicht lösen. Keine losen Blätter erlaubt.
  2. Nebenrechnungen gehören in die Klausur - Schmierpapier ist nicht erlaubt.
  3. Ungültige oder falsche Lösungswege durchstreichen. Der Lösungsweg muß nachvollziehbar sein.
  4. Lesen Sie bitte zunächst die Aufgabenstellungen komplett durch und prüfen Sie auf Vollständigkeit und Verständlichkeit der Aufgaben!
  5. Tragen Sie bitte auf diesem Deckblatt Name, Vorname, Matr.-Nr. und Unterschrift ein!

Ich wünsche Ihnen viel Erfolg!

Aufgaben	max. Punktzahl	erreichte Punktzahl
1		
2		
3		
4		
5	<b>Extremwerte</b>	<b>14</b>
6	<b>Graphen</b>	<b>12</b>
7	<b>Statistik + Kombinatorik</b>	<b>11</b>
8	<b>Fourierreihe</b>	<b>13</b>
9		
<b>Punktzahl Gesamt:</b>	<b>50</b>	

**Aufgabe 5 Extremwerte**

- (a) Ein Zufallsexperiment habe 3 und nur 3 mögliche Ausgänge. Welche Bedingung ist an die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten  $p_1$ ,  $p_2$  und  $p_3$  zu stellen?
- (b) Die Entropie ist gegeben durch die Formel  $E = -\sum_{i=1}^3 p_i \ln(p_i)$ . Für welche Wahl von  $p_1$ ,  $p_2$  und  $p_3$  kann die Entropie maximal werden? D. h. finden Sie mit der **Methode von Lagrange** den/die Kandidaten für das Maximum von  $E$  unter der Nebenbedingung aus (a).
- (c) Argumentieren Sie durch Analogieschluß, welches Maximum Sie erwarten, wenn man oben 3 durch 10 ersetzt (also 10 Wahrscheinlichkeiten  $p_1, \dots, p_{10}$ ) und welchen maximalen Wert  $E$  dann einnimmt!  
 [Sie müssen nicht alle Gleichungen aufschreiben, Lösungsskizze reicht]

**Aufgabe 6    Graphen**

Die Städte Aachen (A), Berlin (B), Cottbus (C), Dortmund (D) und Essen (E) sollen durch ein neues Gasleitungsnetz verbunden werden. Die Kosten je Zwei-Städte-Verbindung in Mio € sind in nebenstehender Tabelle gegeben.

B	C	D	E	
20	20	10	40	A
	30	20	50	B
		30	50	C
			40	D

- (a) Zeichnen Sie das Bild des bewerteten Graphen (inklusive Bewertung), wenn alle Leitungen gebaut werden.
- (b) Ermitteln und zeichnen Sie alle Leitungskonfigurationen, die zu den geringsten Kosten (welchen?) alle Städte in ein zusammenhängendes Netz einbinden. Schreiben Sie in eigenen Worten auf, nach welcher Regel Sie die jeweils nächste Kante wählen.
- (c) Wie heißen solche Konfigurationen in der mathematischen Fachsprache?

**Aufgabe 7    Statistik und Kombinatorik**

- (a) Bei einem Experiment werden Temperaturen gemäß nachstehender Tabelle gemessen. Bestimmen Sie Mittelwert und Median!

2	12	14	11	10	1	15	11	12	11	10
---	----	----	----	----	---	----	----	----	----	----

- (b) Ein Nachrichtenpaket besteht aus einer Kette von Bytes. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass unter 10 zufällig herausgegriffenen Nachrichtenpaketen zwei mit demselben Byte anfangen?  
 [1 Byte = 8 Bit, an der Anfangsposition ist jedes Byte gleichwahrscheinlich]

**Aufgabe 8    Fourierreihe**

Die Fourierkoeffizienten einer Funktion  $f$  lauten

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx, \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx$$

- (a) Bei welcher Eigenschaft von  $f$  werden alle Koeffizienten  $a_n$  zu Null? Bei welcher Eigenschaft von  $f$  werden alle Koeffizienten  $b_n$  zu Null? Jeweils mit Begründungssatz!
- (b) Gegeben sei die Sägezahn-Funktion  $f(x) = x$  für  $-\pi \leq x < \pi$ , die periodisch auf  $\mathbf{R}$  fortgesetzt wird. Bestimmen Sie das Fourierpolynom 3. Grades!  
 [Hinweis: Nutzen Sie, wenn möglich, die Antwort zu (a) aus.]
- (c) Nennen Sie 3 wesentliche Eigenschaften, in denen sich die Approximation durch Taylorreihe und die Approximation durch Fourierreihe unterscheiden!