V2024-04-22

Montag, 22. April 2024 10:33

Tutoren: Mo $15-16^{\underline{30}}$ 0.501,
Start $\underline{\underline{29.4.}}$

Wahrscheinlichkeitsmaß

Bsp. zu 3. Axiom: Bsp Würfel

$$\left.\begin{array}{l} A_1 = \{1\} = \frac{1}{6} \\ A_2 = \{6\} = \frac{1}{6} \end{array}\right\} \text{unvereinbar}$$

$$P(A_1 + A_2) = P(A_1) + P(A_2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

Bew. zu §10-2

1) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ $\quad$ $\bar{A}$ = "Nicht A" = Gegenereignis zu A

Bew. $1 \underset{Nr.2}{=} P(\Omega) = P(A \cup \bar{A})$ $\quad$ | A und $\bar{A}$ unvereinbar

$\underset{Nr.3}{=} P(A) + P(\bar{A})$ $\quad \boxed{\checkmark}$

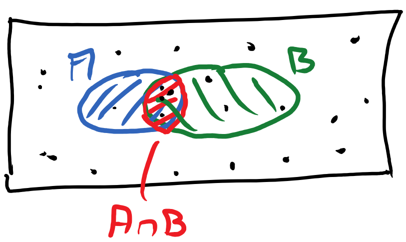
2) $P(\{\}) = 0$

Bew.: Spez. fall von 1), nämlich $A = \Omega$, $\bar{A} = \{\}$

$P(\bar{A}) = P(\{\}) \overset{1)}{=} 1 - P(\Omega) = 1 - 1 = 0$, q.e.d.

3) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

"Graphischer" Beweis



Fläche von A und B sei proportional zu P(A), P(B)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Da man Punkte im roten Bereich 2x gezählt hat, muss man sie 1x abziehen.

Inklusion - Exklusion - Übung

A : Menge der Skifahrer
B : " " Paraglider

Inkl.-Exkl.-Formel

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$1000 = 900 + |B| - 100$$

$$\underline{\underline{200 = |B|}}$$

Kombinatorik

k-Stichproben aus n-Mengen ziehen

	geordnet (Variation)	ungeordnet (Kombination)
ZmZ	Passwörter ①	(Stein Schere Papier) ⊛ geheime Wahlausgänge ④
ZoZ	Tombola Pferdewette ②	Lotto (6 aus 49) ③

{AABBCAB
= AAABBBC

⊛ gleichzeitiges Würfeln von n Würfeln

Formeln für alle Fälle ①, ②, ③, ④ :

① ZmZ, Variation:

$$\underbrace{[\ ,\ ,\ ,\ ]}_{k \text{ Elemente in Ergebnisliste}}$$

$$\underbrace{n \cdot n \cdot \ldots \cdot n}_{k\text{-mal}} = n^k \text{ Möglichkeiten}$$

② ZoZ, Variation

1\. 2. 3. ... k.

$$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!} \text{ Möglichkeiten}$$

Spez. fall $k = n$: $\frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = \underline{\underline{n!}}$

(Anz. Permutationen einer n-elementigen Menge)

③ ZoZ, ungeordnet:
wie bei ②, nur dass wir die Permutationen von
k-elementigen Listen nicht doppelt zählen,
also müssen wir durch die Anzahl $k!$ dividieren

Bsp $k = 3$ $\underbrace{[123], [132], [213], [231], [312], [321]}_{3! = 6 \text{ Möglichkeiten}}$

sind im Falle ③ alle 'eins'

Möglichkeiten $\underbrace{\frac{n!}{(n-k)!}}_{②} \cdot \frac{1}{k!} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} = \binom{n}{k}$

Ü1 a) Anz. Wörter mit 4 Buchstaben aus
26er Alphabet
$n = 26$, $k = 4$, ① ZmZ, geordnet
$\underline{\underline{26^4 \text{ Möglichkeiten}}}$

b) günstig: klein-Alphabet $\{a, b, c, d, e\} = A$
$\Rightarrow$ 5^4 günstige Möglichkeiten
$\overset{\shortparallel}{n_{\text{günstig}}}$

$P(A) = \frac{5^4}{26^4} = 0.13\%$ nach Laplace-Spezialfall

Ü2 a) $k=3$, $n=8$, ZoZ, Variation
$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{8!}{5!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = \underline{\underline{336}}$

b) $P(\text{"Erster richtig"}) = \frac{1}{8}$

Wie viele Wettscheine haben "Erster richtig"

$[1., \cdot, \cdot]$

$7 \cdot 6 = 42$ Möglichkeiten

$P(\text{"Erster richtig"}) \overset{\text{Laplace}}{=} \frac{42}{336} = \frac{1}{8} = 12.5\%$