

Übungsblatt 11

Aufgaben zur Binomial und Normalverteilung

Aufgabe 11.1

Aus einer Lieferung von Schrauben werden 100 Stück zufällig herausgegriffen und der Durchmesser gemessen. Eine Schraube entspricht nicht der Norm, wenn ihr Durchmesser nicht in einer vorgeschriebenen Toleranz liegt. Bekanntermaßen beträgt der Ausschuss dieser Schraubenproduktion 3%.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den 100 Schrauben genau drei nicht der Norm entsprechende sind?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den 100 Schrauben höchstens vier nicht der Norm entsprechende sind?
- Wie viel nicht der Norm entsprechende Schrauben erwarten Sie unter 500 entnommenen Schrauben?

Aufgabe 11.2

Eine Operation wird mit 80%igem Erfolg durchgeführt. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass bei 4 der nächsten 5 Patienten die Operation erfolgreich durchgeführt wird?

Aufgabe 11.3

Jeder Arbeitnehmer des Betriebs X fehlt an durchschnittlich 8 von 250 Arbeitstagen. Wie wahrscheinlich ist es, dass jemand a) immer, b) nie zur Arbeit erscheint, c) genau acht Tage fehlt?

Aufgabe 11.4

4% der männlichen und 1% der weiblichen Bevölkerung sind farbenblind. Wie viele Männer, wie viele Frauen muss man dann untersuchen, bis man mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% mindestens einen farbenblinden Probanden gefunden hat?

Aufgabe 11.5

Eine Lieferung von 10000 Bauteilen enthalte 100 defekte Bauteile. Man entnimmt der Lieferung 10 Bauteile und prüft diese auf Fehlerfreiheit. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich höchstens ein fehlerhaftes Teil in der Stichprobe befindet. Überlegen Sie auch hier, welche Verteilung hier zur Anwendung kommen muss, denn die Bauteile werden nicht zurückgelegt! Vergleichen Sie aber mit den Werten bei einer Berechnung mit der Binomialverteilung.

Aufgabe 11.6

Die Zufallsvariable X beschreibe die Verweildauer (in Tagen) eines zufällig ausgewählten Patienten in einem Krankenhaus. Der Erwartungswert $E(X)=10$ und die Standardabweichung $\sigma=4$ seien bekannt. Schätzen Sie mit Hilfe der **Tschebyscheff'schen Ungleichung** die Wahrscheinlichkeit ab, dass der Patient mehr als 5 Tage im Krankenhaus verweilt.

Aufgabe 11.7

Die Körpergröße der Männer ist **normalverteilt** um den Wert „Körpergröße minus 100 in kg“. Dies bezeichnet man als das Normalgewicht. Ein um 10% geringeres Gewicht nannte man eine Zeit lang Idealgewicht, ein um 10% höheres Gewicht Übergewicht. Wie viel Prozent der männlichen Bevölkerung fallen aus dem Intervall [90%;110%] heraus, wenn die Standardabweichung 5% des Normalgewichts beträgt?

Aufgabe 11.8

Es werden Stangen der mittleren Länge 1000 mm hergestellt. Die Grundgesamtheit sei normalverteilt. Die Standardabweichung sei 0,8 mm.

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Stange kürzer als 998 mm ist.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Stangenlänge im Intervall [1000 mm , 1002 mm] liegt.
- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Abweichung der Länge vom Mittelwert absolut kleiner als 1 mm ist.
- Welcher bezüglich des Mittelwertes symmetrische Bereich der Längen lässt sich mit einer Sicherheit von 90 % garantieren?
- Wie groß müsste die Standardabweichung sein, wenn bei 90 % aller Stangen die Toleranzgrenzen von $\mu \pm 1,2$ mm eingehalten werden sollen?