

Übungsblatt 6 Integralrechnung (Ergänzung)

Dieses Blatt ist eine Ergänzung zu „Übungsblatt 6: Integralrechnung“ von Frau Dr. Schmitter, von denen in den Übungen ebenfalls die noch nicht behandelten Aufgaben besprochen werden können.

Aufgabe 6.1 Integrale und Stammfunktionen

Bestimmen Sie die nachfolgenden bestimmten Integrale sowie ihre Stammfunktionen!

$$(a) \int_0^1 \sqrt{x} dx$$

$$(b) \int_{-1}^1 x dx$$

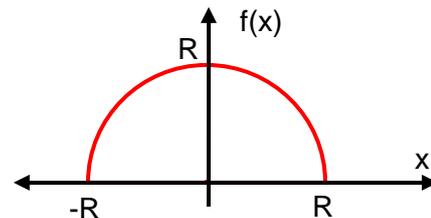
$$(c) \int_{-1}^1 x^2 dx$$

(d) Fällt Ihnen bei (b) und (c) etwas auf? Verwenden Sie diese Erkenntnis, um möglichst ein-

fach $\int_{-23}^{23} f(x) dx$ zu berechnen, wobei entweder $f(x)=\sin(x)$ oder $f(x)=\cos(x)$ gilt.

Aufgabe 6.2 Kugelvolumen

- (a) Welche Funktion $f(x)$ beschreibt den nebenstehend gezeichneten Halbkreis?
- (b) Berechnen Sie das Volumen einer Kugel mit Radius R , indem Sie den Halbkreis um die x -Achse rotieren lassen. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Formelsammlung!



Aufgabe 6.3 Uneigentliche Integrale

Welche der folgenden uneigentlichen Integrale sind konvergent? Was ist im Falle der Konvergenz ihr Grenzwert?

$$(a) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x+1)^2 + 1}$$

$$(b) \int_1^{\infty} \frac{(x+1)}{x^2} dx$$

[Hinweis: Die Ableitung von $\arctan(z)$ ist: $\frac{1}{z^2+1}$]