Übungsblatt 10

Beschreibende Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung

Beschreibende Statistik:

Aufgabe 10.1

Gegeben sind noch einmal die x_i und Häufigkeiten n_i einer Stichprobe vom Umfang n=200 aus Aufgabe 9.7:

x_i	4	5	6	7	8
n_i	20	40	80	50	10

a) Bestimmen Sie den Median
b) Berechnen Sie s²
c) Berechnen Sie das 0,2-Quantil und das 0,7-Quantil

Aufgabe 10.2

Ein Vater beauftragt seine Tochter, ihre Telefonkosten des letzten Jahres statistisch auszuwerten. Er möchte Auskunft über die mittleren Telefonkosten und deren Streuung. Die Rechnungen betrugen jeweils in Euro:

Jan	Feb	März	April	Mai	Juni	Juli	Aug	Sep	Okt	Nov	Dez
35,46	33,60	40,44	34,20	36,18	36,84	31,44	30,18	41,04	33,60	38,16	132,3

a) Berechnen Sie das arithmetische Mittel und die Standardabweichung der monatlichen Telefonkosten.
b) Die Tochter, die im Monat Dezember häufig bei Telefongewinnspielen angerufen hat, ist entsetzt über den hohen Mittelwert und befürchtet Taschengeldentzug durch den Vater. Können Sie der Tochter helfen?
c) Wie viele Einheiten wurden im Mittel jeden Monat telefoniert? Eine Einheit kostet 0,06 Euro und die monatliche Grundgebühr beträgt 12,30 Euro. Bestimmen Sie die Standardabweichung der pro Monat telefonierten Einheiten.

Aufgabe 10.3

In einer Reihenhaussiedlung und in einem Hochhaus wurden die Haushalte nach der Anzahl ihrer Haustiere befragt. Die Ergebnisse sind in folgenden Tabellen dargestellt:

Hochhaus

Anzahl Haustiere	Anzahl der Haushalte
0	10
1	15
2	6
3	3
4	1
5	1
6	1
7	2
8	1

Reihenhaussiedlung

Anzahl Haustiere	Anzahl der Haushalte
0	8
1	6
2	2
3	1
4	1
5	1
6	1
7	0
8	0

d) Berechnen Sie jeweils den Median und das untere und obere Quartil.
e) Zeichnen Sie die beiden Boxplots und vergleichen Sie diese.

Aufgabe 10.4

Bei einer Untersuchung wurden für 1000 Ergebnispaare jeweils folgende Korrelationskoeffizienten r_{xy} ermittelt:

a) $r_{xy} = -0{,}0284$ b) $r_{xy} = 0{,}9915$ c) $r_{xy} = 0{,}532$ d) $r_{xy} = -1$

Interpretieren Sie diese!

Aufgabe 10.5

In folgender Tabelle finden Sie die Ergebnisse einer statistischen Erhebung unter 20 Studenten bezüglich Körpergröße K und Gewicht G. Stellen Sie diese Daten grafisch a) in Form einer Punktwolke b) mit Hilfe von einzelnen Boxplots jeweils für Körpergröße und Gewicht dar.

Körpergröße	Gewicht
161	58
165	60
180	95
182	83
195	105
190	90
168	59
167	63
176	75
184	90
180	79
182	75
193	92
163	57
164	55
174	85
175	72
185	82
180	90
170	65

Kombinatorik

Aufgabe 10.6
Berechnen Sie mit Hilfe der allgemeinen Binomischen Formel $\mathbf{102^4}$

Aufgabe 10.7
Wie oft werden Hände geschüttelt,

a) wenn sich **n** Studenten treffen und jeder allen anderen genau einmal die Hand gibt?
b) wenn **m** Dozenten **n** Studenten nach der Prüfung gratulieren?

Aufgabe 10.8
Wie viele Wörter von 3 Buchstaben Länge kann man aus den 26 Buchstaben des Alphabets bilden,

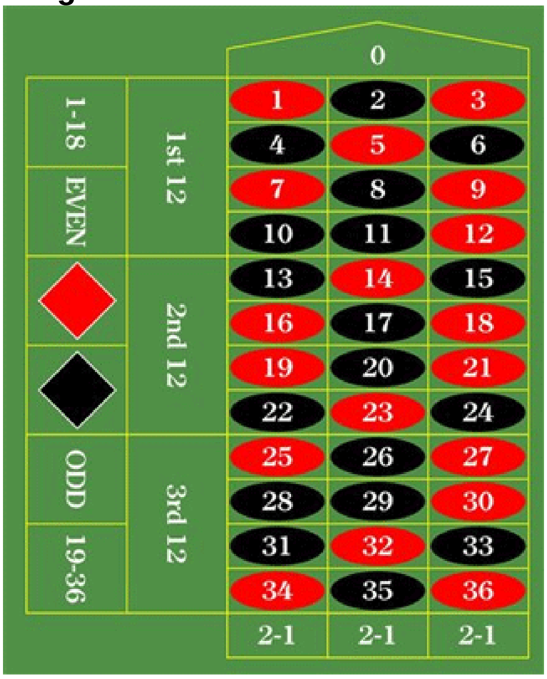
a) wenn jede Zusammenstellung als Wort gilt?
b) wenn nur solche Zusammenstellungen als Wort gelten, bei denen der mittlere Buchstabe ein Vokal ist und die beiden anderen Buchstaben Konsonanten sind?

Aufgabe 10.9
Was ist wahrscheinlicher, bei einer Tippreihe 6 Richtige im Lotto zu haben, oder dass ein Affe, der auf einer Schreibmaschine zufällig vier Tasten hintereinander anschlägt, das Wort *affe* schreibt? Die Schreibmaschine habe 50 Typen und man unterscheide nicht zwischen Groß- und Kleinschreibung.

Aufgabe 10.10
Im Lotto gewinnen Sie auch schon, wenn Sie vier oder fünf Richtige Zahlen getippt haben. Wie viele Möglichkeiten gibt es jeweils für diese Tippreihen. Setzen Sie die Anzahl dieser Möglichkeiten ins Verhältnis zu der Gesamtanzahl der Tippmöglichkeiten und berechnen Sie so die Wahrscheinlichkeit für „4 Richtige“ bzw. „5 Richtige ohne Zusatzzahl“.

Wahrscheinlichkeitsrechnung:

Aufgabe 10.11



Sie kennen das Roulette in einer Spielbank. Es wird eine Zahl ausgespielt zwischen 0 und 36.

a) Warum handelt es sich beim Roulettespiel um ein Laplace-Experiment?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für „Rouge = rote Zahl“, wie groß für „Noir=schwarze Zahl, wie groß für Impair=ungerade Zahl und wie groß für „Zero=0?
c) Man kann beim Roulette auch auf eine der drei Kolonnen setzen. Ein Spieler setzt einen Euro auf die erste Kolonne C1={1,4,7,10,13,16,19,22,25,28,31,34}, wenn die Roulettekugel auf eine dieser Zahlen in der Kolonne fällt, erhält er das dreifache seines Einsatzes. Den Spieler interessiert aber sein Nettogewinn. Formulieren Sie Gewinn und Verlust dieser Situation mittels einer Zufallsvariable. Was kann er im Mittel an Gewinn bzw. Verlust erwarten?
d) Ein Berufsspieler interessiert sich für folgende Wahrscheinlichkeiten: schwarz und ungerade, rot oder gerade, rot und Kolonne 1, schwarz oder „manque“=(Zahlen 1-18)

Aufgabe 10.12

Lösen Sie mit Hilfe eines Ereignisbaumes:

In einem Stall sitzen 5 Kaninchen: Das erste ist ein geschecktes Männchen, das zweite ein schwarzes Männchen, das dritte ein braunes Weibchen, das vierte ein weißes Weibchen und das fünfte ein geschecktes Weibchen. Es werden nacheinander zwei Kaninchen aus dem Stall entnommen (ohne Zurücklegen ;)), wie groß ist die Chance, beim 2. Griff ein Pärchen erwischt zu haben?

Aufgabe 10.13

Sie verabreden mit einem Gegner ein aus mehreren Runden bestehendes Spiel, bei dem jeder zu Beginn den gleichen Einsatz bezahlt. Wer zuerst $n=10$ Runden gewonnen hat, erhält den ganzen Einsatz. Erfahrungsgemäß gewinnen Sie eine einzelne Runde mit Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{2}$. Infolge widriger Umstände muss das Spiel vorzeitig abgebrochen werden, wobei Ihnen noch $i=3$ Runden und Ihrem Gegner noch $j=2$ Runden zum Gewinn fehlen. Werden Sie auf das Angebot Ihres Gegners, Ihnen 40% des Einsatzes zu überlassen, eingehen? Was halten Sie von dem Vorschlag, den Einsatz proportional zur Anzahl der bereits gewonnenen Partien zu verteilen? Lösen Sie das Problem mit Hilfe eines geeigneten Ereignisbaumes.

Aufgabe 10.14

Beim Volleyball gewinnt diejenige Mannschaft, die zuerst drei Sätze gewonnen hat das Spiel. Wie viele Sätze müssen im Durchschnitt gespielt werden, wenn die Gegner die gleiche Spielstärke haben?

Aufgabe 10.15

Es wird mit zwei homogenen Würfeln gewürfelt. Die Zufallsvariable beschreibe das Produkt der Augenzahlen. Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung auf und berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz.

Aufgabe 10.16

Eine homogene Münze werde zweimal geworfen. Geben Sie zunächst den Ereignisraum Ω an. Dieses Zufallsexperiment werde nun zu folgendem Glücksspiel verwendet. Man erhält 2 €, wenn zweimal Wappen fällt, 1 € bei einmal Wappen. Wenn zweimal Zahl fällt, muss man 2 € bezahlen. Die Zufallsvariable X gebe den Gewinn in € an. Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X an. Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion F und daraus mit welcher Wahrscheinlichkeit man höchstens 1 € gewinnt. Stellen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion und die Verteilungsfunktion graphisch dar. Berechnen Sie Erwartungswert und Varianz.

Aufgabe 10.17

Aus einer Lieferung von Schrauben werden 100 Stück zufällig herausgegriffen und der Durchmesser gemessen. Eine Schraube entspricht nicht der Norm, wenn ihr Durchmesser nicht in einer vorgeschriebenen Toleranz liegt. Bekanntermaßen beträgt der Ausschuss dieser Schraubenproduktion 3%.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den 100 Schrauben genau drei nicht der Norm entsprechende sind?
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den 100 Schrauben höchstens vier nicht der Norm entsprechende sind?
c) Wie viel nicht der Norm entsprechende Schrauben erwarten Sie unter 500

Aufgabe 10.18

Eine Operation wird mit 80%igem Erfolg durchgeführt. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass bei 4 der nächsten 5 Patienten die Operation erfolgreich durchgeführt wird?

Aufgabe 10.19

4% der männlichen und 1% der weiblichen Bevölkerung sind farbenblind. Wie viele Männer, wie viele Frauen muss man dann untersuchen, bis man mit einer Wahrscheinlichkeit von 50% mindestens einen farbenblinden Probanden gefunden hat?

Aufgabe 10.20

Die Zufallsvariable X beschreibe die Verweildauer (in Tagen) eines zufällig ausgewählten Patienten in einem Krankenhaus. Der Erwartungswert $E(X)=10$ und die Standardabweichung $\sigma=4$ seien bekannt. Schätzen Sie mit Hilfe der **Tschebyscheff'schen Ungleichung** die Wahrscheinlichkeit ab, dass der Patient mehr als 5 Tage im Krankenhaus verweilt.

Aufgabe 10.21

Die Körpergröße der Männer ist **normalverteilt** um den Wert „Körpergröße minus 100 in kg“. Dies bezeichnet man als das Normalgewicht. Ein um 10% geringeres Gewicht nannte man eine Zeit lang Idealgewicht, ein um 10% höheres Gewicht Übergewicht. Wie viel Prozent der männlichen Bevölkerung fallen aus dem Intervall [90%;110%] heraus, wenn die Standardabweichung 5% des Normalgewichts beträgt?

Aufgabe 10.22

Es werden Stangen der mittleren Länge 1000 mm hergestellt. Die Grundgesamtheit sei normalverteilt. Die Standardabweichung sei 0,8 mm.

a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Stange kürzer als 998 mm ist.
b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Stangenlänge im Intervall [1000 mm , 1002 mm] liegt.
c) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Abweichung der Länge vom Mittelwert absolut kleiner als 1 mm ist.
d) Welcher bezüglich des Mittelwertes symmetrische Bereich der Längen lässt sich mit einer Sicherheit von 90 % garantieren?
e) Wie groß müsste die Standardabweichung sein, wenn bei 90 % aller Stangen die Toleranzgrenzen von $\mu \pm 1{,}2$ mm eingehalten werden sollen?