

Übungsblatt 9 Wiederholungs- und Klausuraufgaben

Aufgabe 9.1 Graphen

- (a) Erklären Sie folgende Begriffe der Graphentheorie: Baum, Wurzelbaum, Länge eines Wurzelbaumes.
- (b) Wieviele Kanten hat der größtmögliche Binärbaum mit Länge 3 ? Mit Länge 4 ? Wie lautet die allgemeine Formel für Länge N ?
- (c) Sie möchten 100 Daten in einem Binärbaum B speichern. Welche Höhe h muss B mindestens haben? (mit Begründung!)

Aufgabe 9.2 Fläche 1

Berechnen Sie den Inhalt der Flächen, die von den folgenden Funktionen eingeschlossen werden, machen Sie sich zunächst eine Skizze:

- a) $y = x^3 - 2x^2 - 3x$ und $y = 0$ und $x = 4$
- b) $y = \ln x$ und $x = 5$ und $y = 0$

Aufgabe 9.3 Fläche 2

Gegeben sei die Fläche, die von der Kurve mit der Gleichung $y = x^2$ ($x > 0$), der y-Achse und der Geraden mit der Gleichung $y = b^2$ begrenzt wird. Wie heißt die Gleichung der Geraden, welche die beschriebene Fläche halbiert und parallel zur x-Achse verläuft?

Aufgabe 9.4 Uneigentliche Integrale

Berechnen Sie folgende uneigentliche Integrale:

a) $\int_1^{\infty} \frac{x^2 + 2}{x^4} dx$ b) $\int_{-\infty}^0 e^x dx$ c) $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx$

Aufgabe 9.5 Lineare Algebra

Um die Stadt A, die an einer geraden Straße liegt, die durch die Punkte **P(0,4)** und **Q(4,0)** geht, soll eine Umgehungsstraße gebaut werden.

Der Verlauf werde durch eine **ganzrationale Funktion 4. Grades** mit der Gleichung

$$y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

beschrieben. Die Umgehungsstraße soll in P und Q tangential in die alte gerade Straße münden (d.h. die Steigungen von alter und neuer Straße stimmen in P und Q überein). Zusätzlich soll die Umgehungsstraße durch den Punkt **R(2,1)** gehen. Machen Sie sich zunächst eine Skizze und berechnen dann mit Hilfe des Gauß'schen Lösungsalgorithmus die ganzrationale Funktion 4. Grades, die die genannten Bedingungen erfüllt.

Für folgende Aufgaben aus früheren Klausuren werde ich in V oder Ü eine Musterlösung vorrechnen, probieren Sie aber vorher auch selbst, ob Sie den richtigen Ansatz finden (besonders beim Restglied!)

Aufgabe 9.6 Taylor

Auf wie viele Stellen genau können Sie die Zahl $\frac{1}{e}$ berechnen, wenn Sie die Funktion

$f(x) = \frac{1}{e^x}$ durch ihr Taylorpolynom 6.Grades (Entwicklungspunkt 0) ersetzen und dann den

Wert des Polynoms an der Stelle $x=1$ berechnen? Verwenden Sie für die Angabe des Fehlers die Restgliedformel von Lagrange. Schreiben Sie das Taylorpolynom 6.Grades auch in der abkürzenden Summenschreibweise hin.

Aufgabe 9.7 Gleichungen

Bestimmen Sie die Lösung(en):

$$x - 4 - \sqrt{6 - x} = 0$$