

Beschreibende Statistik $\{x_1, \dots, x_n\}$

Mittelwert $\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

($\hat{=}$ Erwartungswert
wenn alle x_i gleich
wahrsch.)

empirische Varianz $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$

Zufallsvariable

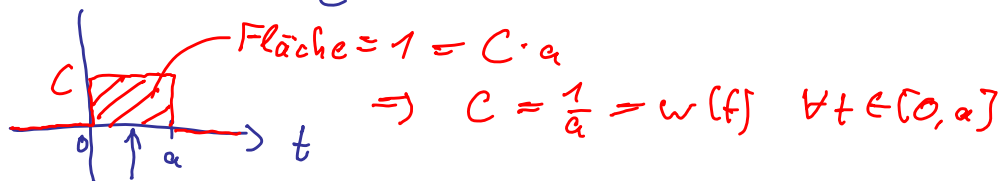
$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = E[(X - \mu)^2]$$

$\uparrow$
diskreten Fall $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 w_i$

Beispiele 1) Erwartungswert "Augensumme 2 Würfel"

$$\mu = E(X) = 2 \cdot \frac{1}{36} + 3 \cdot \frac{2}{36} + \dots + 11 \cdot \frac{2}{36} + 12 \cdot \frac{1}{36} = 7$$

2) X sei stetig gleichverteilte Zufallsvariable $[0, a]$, $a > 0$
"gleichverteilt" $\Leftrightarrow$ "alle Werte in $[0, a]$ gleich wahrscheinlich"
 $\Leftrightarrow w(t) = \text{const} \quad \forall t \in [0, a]$ (und $w(t) = 0 \quad \forall a \notin [0, a]$)
 $= C$



$$\Rightarrow C = \frac{1}{a} = w(t) \quad \forall t \in [0, a]$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} w(t) dt = 1$$

muß immer
gelten

Was ist Erwartungswert und Varianz von X ?

$$\begin{aligned} \mu = E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} t \cdot w(t) dt = \int_0^a t w(t) dt = \int_0^a t \cdot \frac{1}{a} dt = \frac{1}{a} \left[\frac{1}{2} t^2 \right]_0^a \\ &= \frac{1}{a} \frac{a^2}{2} = \frac{a}{2} \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\sigma^2 = \int_0^a (t - \mu)^2 w(t) dt = \int_0^a \left(t - \frac{a}{2}\right)^2 \frac{1}{a} dt = \frac{1}{a} \left[\frac{1}{3} \left(t - \frac{a}{2}\right)^3 \right]_0^a$$

$$= \frac{1}{a} \cdot \frac{1}{3} \left[\left(\frac{a}{2} \right)^3 - \left(-\frac{a}{2} \right)^3 \right] = \frac{1}{a} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3}{8} = \underline{\underline{\frac{a^2}{12}}}$$

Ü1

X' = Gewinn

x_m	$P(X'=x_m) = w_m$
20 €	$\frac{1}{36}$
5 €	$\frac{2}{36}$
0 €	$1 - \frac{1}{36} - \frac{2}{36} = \frac{33}{36}$ (der ganze Wert)

$$M = \{20, 5, 0\}$$

$$E(X') = \sum_{x_m \in M} x_m \cdot w_m$$

$$= \left(20 \cdot \frac{1}{36} + 5 \cdot \frac{2}{36} + 0 \cdot \frac{33}{36} \right)$$

$$= \frac{30}{36} = \frac{5}{6} < 1$$

also: mittl. Gewinn $E(X')$
ist < Einsatz $\Rightarrow$ NICHT
spielen

Ü2

d	X	Ereignisse	w_m
5	28 €	(6, 1), (1, 6)	$\frac{2}{36}$
4	8 €	(6, 2), (2, 6), (5, 1), (1, 5)	$\frac{4}{36}$
< 4	-2 €	der Rest	$\frac{30}{36}$

$$E(X) = 28 \cdot \frac{2}{36} + 8 \cdot \frac{4}{36} - 2 \cdot \frac{30}{36} = \underline{\underline{\frac{7}{9} > 0 \Rightarrow \text{SPIELEN!}}}$$

Binomialverteilung: $P(X=k)$? Typischer

Experimentanfang f. $n=5, k=3$: AA $\bar{A}$ AA $\bar{A}$

p^k : Wahrsch., dass k bestimmte

Positionen (hier: 1, 2, 4) mit A besetzt

$\uparrow \uparrow \nearrow$
 $k = 3 \times "A"$

$(1-p)^{n-k}$: Wahrsch., dass der Rest (hier: 3, 5) mit $\bar{A}$ besetzt

$\binom{n}{k}$: Anzahl der "bestimmten Positionen mit Länge k "
= Anzahl der k -Teilmengen aus Positionsmenge $\{1, 2, \dots, n\}$
(z.B., ungeordnet)