Komplexe Zahlen

Ü quadr. Ergänzung

$$z^2 - (4-2i)z + (5-4i) = 0$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{z^2 - 2\underbrace{(2-i)}_{b} z + (2-i)^2} - (2-i)^2 + (5-4i) = 0$$

$$\Leftrightarrow (z-(2-i))^2 - (4 - \cancel{4i} + (i)^2) + 5 - \cancel{4i} = 0$$

$$\Leftrightarrow (z-(2-i))^2 - 3 + 5 = 0$$

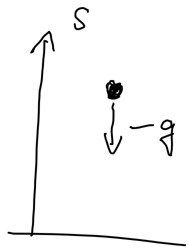
$$\Leftrightarrow (z-(2-i))^2 = -2 \Leftrightarrow \boxed{z_{1,2} = (2-i) \pm i\sqrt{2}}$$

Differentialgl. Freier Fall

Weg $s(t)$

Geschw $v(t) = s'(t) \; [= \dot{s}(t)]$

Beschleunigung $a(t) = v'(t) = s''(t) = -g$, const



$$\boxed{s''(t) = -g}$$

(ü)

DGL	Typisierung
a) $1 \cdot y'(x) = -2x$	1. Ordnung, explizit, linear, inhomogen, konst. Koeff
b) $x + y \cdot y' = 0$	1. Ordnung, nicht linear, implizit
c) $s''(t) = g$	2. Ordnung, linear, explizit, inhomogen, konst. Koeffiz
d) $y'' + y = 0$	2. Ordnung, (implizit)*, linear, homogen, " "
e) $2y'' - 4y' + 20y = \cos(\omega x)$	2. " , (implizit)*, " , inhomogen, " "

linear in $y, y', y'' \dots y^{(n)}$ heißt: jeder Summand in DGL hat ~~nur~~ höchstens ein $y^{(i)}$ in 1. Potenz, keine Fkt wie $\sin(y^{(i)})$, $|y^{(i)}|$

* d) kann durch triviale Umformung $y'' = -y$ explizit gemacht werden, daher eigentlich explizit

Lösung einfacher DGL

1.3.1. Nur ein Ableitungsterm

$s''(t) = -g \qquad | \int .. \, dt$

$\int s''(t)\,dt = \int (-g)\,dt$

(1) $\quad s'(t) = -gt + C_1 \qquad | \int .. \, dt$

$\underbrace{\int s'(t)\,dt} = \int (-gt + C_1)\,dt$

(2) $\quad s(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + C_1 t + C_2$

Allg Lsg. mit Parametern $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$, die die Anfangsbedingungen darstellen

denn: $t=0$ in Gl. (1): $s'(0) = v(0) = C_1$ = Anf. geschwindigkeit

$t=0$ in Gl. (2): $s(0) = C_2$ = Anfangsort

Ü a) $\ddot{s}(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}}$ 2. Ordn, linear, konst. Koeff, inhomogen, explizit

Aufintegrieren $\int t^k\,dt = \frac{1}{k+1} t^{k+1} [+C] \qquad \forall k \in \mathbb{R}, k \neq -1$

b) $\dot{s}(t) = \int \ddot{s}(t)\,dt = \int \frac{1}{2\sqrt{t}}\,dt = \int \frac{1}{2} t^{-\frac{1}{2}}\,dt = \cancel{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\cancel{(\frac{1}{2})}} t^{\frac{1}{2}} + C_1$

$s(t) = \int \dot{s}(t)\,dt = \int (t^{\frac{1}{2}} + C_1)\,dt = \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} + C_1 t + C_2$

c) $\dot{s}(1) = 1^{\frac{1}{2}} + C_1 = 2 \implies C_1 = 1$

$s(1) = \frac{2}{3} 1^{\frac{3}{2}} + 1 \cdot 1 + C_2 = 2 \implies C_2 = 2 - \frac{2}{3} - \frac{3}{3} = \frac{1}{3}$

spezielle Lsg $\boxed{s(t) = \frac{2}{3}\sqrt{t^3} + t + \frac{1}{3}}$