

19.6.2013

Wichtige Anwendung der Binärbäume

Huffman - Codierung (David A. Huffman 1952)

Präfix - Code

Bp: 0 10 11 Präfix Code

0 01 10 kein Präfix Code

Codierung in unterschiedlich langen Ziffernfolgen z.B. v. Texten

Häufig verwendete Buchstaben erhalten einen kürzeren Code

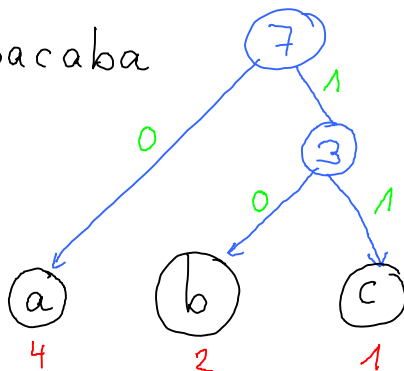
Vorteil: Speicherplatzersparnis

Nachteil: Fehlersuche

Aufbau eines Huffman-Baumes am Bp. Buchstaben

- 1) Ermitteln der Häufigkeit (rel. oder absolut) der Buchstaben
- 2) Jeder Buchstabe wird zum Blatt des Binärballes
Man notiert die Häufigkeit

Bp: abacaba



Codes:

a : 0

b : 10

c : 11

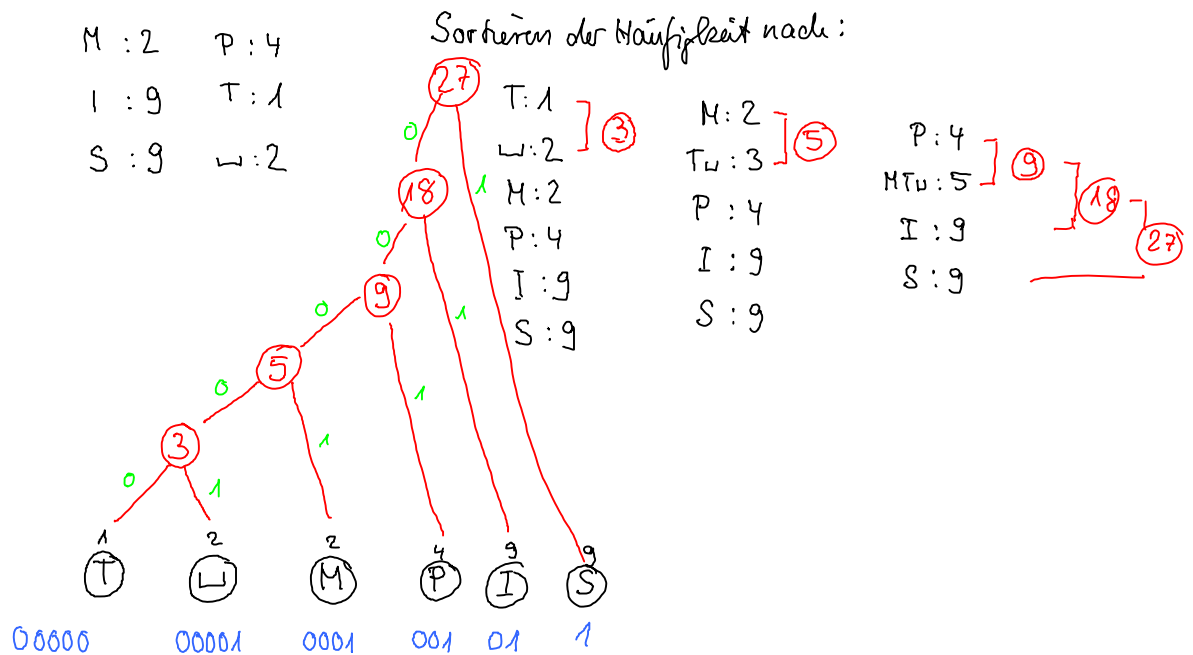
- 3) Zusammenfassen der ersten beiden Buchstaben mit der geringsten Häufigkeit

4) Zusammenfassen der nächsten beiden Knoten mit der nun geringsten Häufigkeit

5) 4) so lange wiederholen, bis alle Buchstaben erfasst sind!

Bp: Dekodierung: 0111000110011 → acbaacac

Bp: MISSISSIPPI_LIST_LMISSISSIPPI



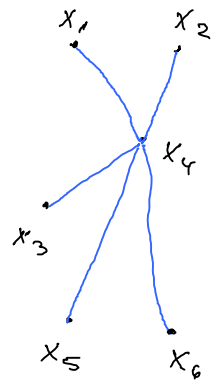
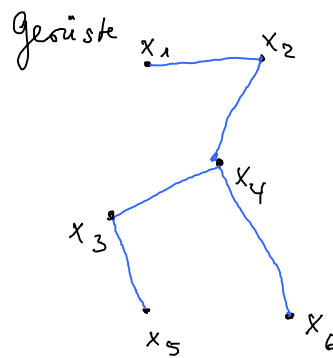
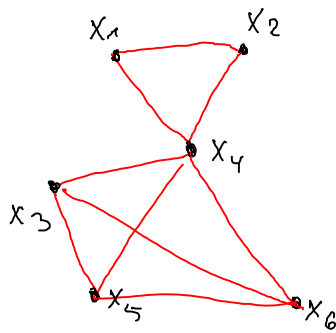
Bp: MISSISSIPPI : 0001011101110100100101
M I S S I S S I P P I

Weiter mit Begriffserläuterungen in der Graphentheorie

Def: Gerüst, aufspannender Baum

Teilgraph mit minimaler Kantenanzahl, der zusammenhängend und kreisfrei ist

Bp:



Def: Schnitt

Bsp: $G=(M, K, V)$ M_1 und M_2 Zerlegung von M in 2 Teilmengen
(Knotenmenge)

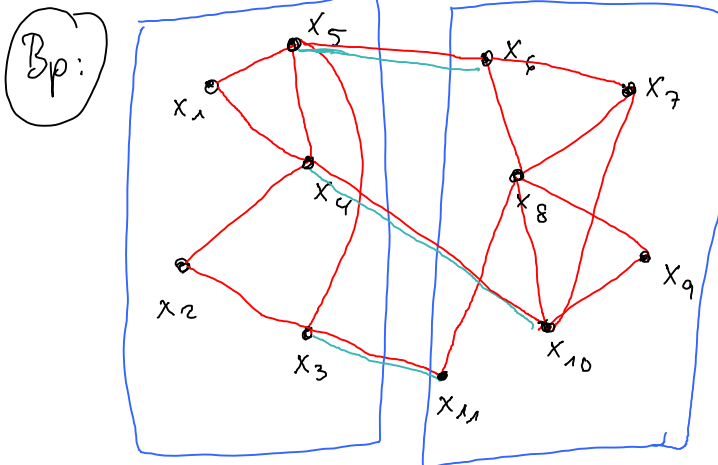
$$M_1 \neq \emptyset \text{ und } M_2 \neq \emptyset \quad M_1 \cup M_2 = M$$

$$M_1 \cap M_2 = \emptyset$$

Die Menge S der Kanten mit

$$V(k) = \{x_i, x_j\} \text{ mit } x_i \in M_1 \text{ und } x_j \in M_2$$

heißt SCHNITT von G



$$M_1 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$$

$$M_2 = \{x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}\}$$

$$S = \{ \{x_5, x_6\}, \{x_4, x_{10}\}, \{x_3, x_{11}\} \}$$

in der Anwendung:
kritische Verbindungen

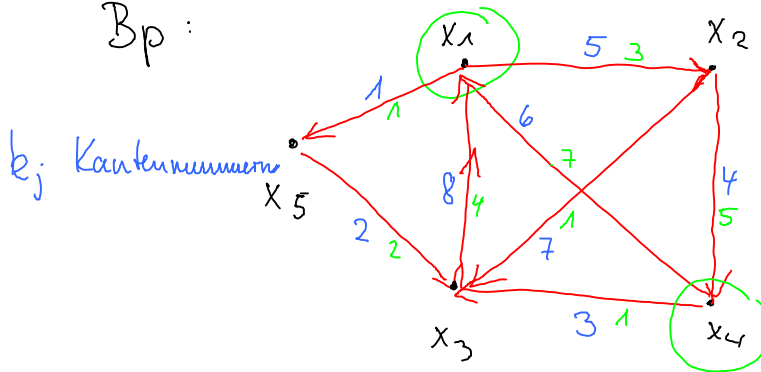
Def: Bewerteter Graph

Ordnet man jeder Kante $k \in K$ eines Graphen $G=(M, K, V)$
eine reelle Zahl $d(k) \in \mathbb{R}$ zu, so erhält man einen

bewerteten Graphen $G' = (M, K, V, d)$

$d(k)$ heißen Kantengewichte bzw. Kantewerte

Bp:

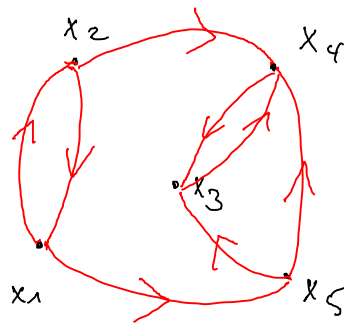


k_j	1	2	3	4	5	6	7	8
t_j	1	2	1	5	3	7	1	4
k_j	4	3	2	1	2	4	3	1

t_j : Transportzeiten
 k_j : Transportkosten

Zu untersuchen: der schnellste Weg von x_4 nach x_1 : über x_3 (1+4 Zeit-einheiten)

Wdh. gerichteter Graph



Def: Quelle Knoten, der nur
 Aufgangsknoten von
 "Pfeilen" ist

Senke Knoten, der nur
 Endknoten von
 Pfeilen ist

Matrizendarstellung von Graphen

Notwendig: feste Nummerierung bei den Knoten und Kanten

Adjazenzmatrix

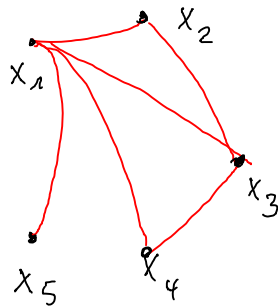
Ges.: G ungerichteter Graph
 mit den Knoten $x_1, \dots, x_n$

Die quadratische Matrix $A = (a_{ij})$ $i, j = 1, \dots, n$

der Ordnung n mit

$$a_{ij} := \begin{cases} 1 & \text{wenn } \{x_i, x_j\} \text{ Kante ist} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Bp.



$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

bei gerichteten Graphen gilt

$$a_{ij} := \begin{cases} 1 & \text{wenn Kante von } x_i \text{ nach } x_j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

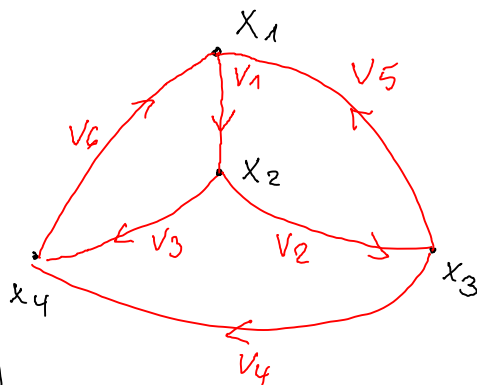
Eine Schleife erhält in der Matrix die 2

Bei bewerteten Graphen sieht man häufig $a_{ij} = \begin{cases} \text{Bewertung von } (x_i, x_j), & \text{falls Kante} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Inzidenzmatrix

Def mit Bp:

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 & v_6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$



Zugehörige Inzidenzmatrix

