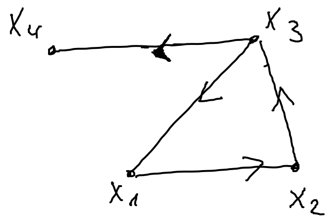
26.06.2013

Bp:



$$A = \begin{array}{c|cccc} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ \hline x_1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ x_2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ x_3 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ x_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

$$A^{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad A^{3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Zyklus der Länge 3 durch x_1

Zyklus der Länge 3 durch x_2

es ex. ein Weg der Länge 2 von x_3 nach x_2

$$A^4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

es ex. Weg von x_2 nach x_3 der Länge 4

Wegematrix dieses Bp:

$$A + A^2 + A^3 + A^4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ersetze alle Koeffizienten $\neq 1$ durch eine 1, dann erhält man die sog. WEGEMATRIX

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

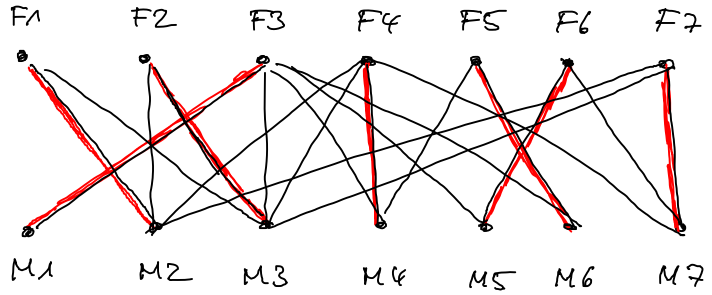
Aussage über die Existenz von Wegen, nicht über die Länge dieser Wege

Def.: Matching

Bp: Jobvermittlung
Partnersuche

Bp: Liste von Frauen, die bestimmte Männer als Wunschkandidaten angeben

	Männerwunsch
F1	M2, M3
F2	M2, M3
F3	M1 M3 M4 M5 M6
F4	M2 M3 M4 M7
F5	M4 M6
F6	M5 M7
F7	M2 M3 M7



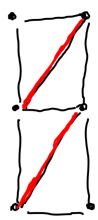
perfektes Matching

Ziel: Suche die Maximalzahl unabhängiger (nicht miteinander verbundener) Kanten

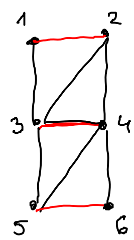
Def: Maximales Matching : größt mögliche Anzahl von Kanten

Perfektes Matching : Auswahl erfasst alle Knoten des Graphen

Bp:

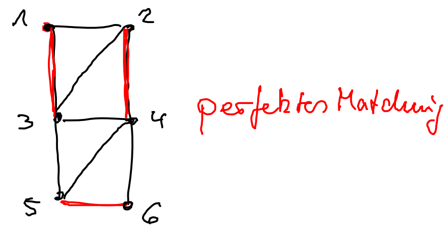


nicht erweiterbares maximales Matching



perfektes Matching

Es gilt in einem perfekten Matching:

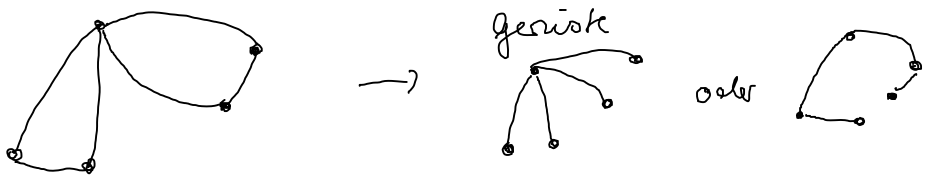


$$\underbrace{2|K|}_{\text{Anzahl der Kanten in dem Matching}} = \underbrace{|M|}_{\text{Anzahl der Knoten}}$$

Durchlaufen von Graphen

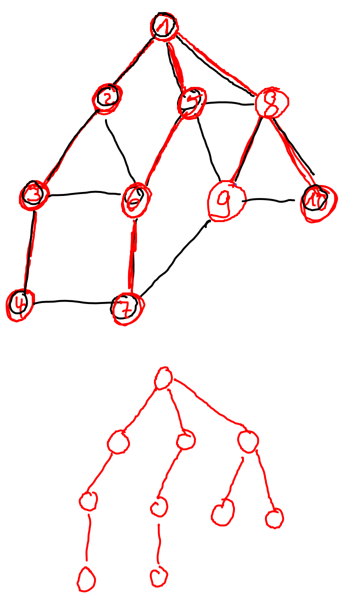
Bei gewöhnlichen, ungewichteten Graphen werden minimal zusammenhängende Teilgraphen als Gerüst bezeichnet

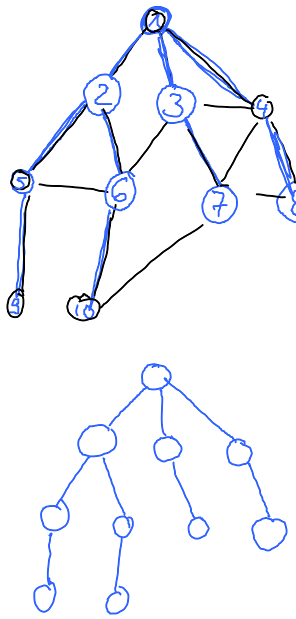
Bp:



Auffinden von Gerüsten bei größeren, "unübersichtlicheren" Graphen

durch Tiefensuche oder Breitensuche





Statt Gerüst spricht man auch von aufspannenden Bäumen

Frage: Wie viele Kanten hat ein Gerüst eines gewöhnlichen Graphen mit n Knoten?

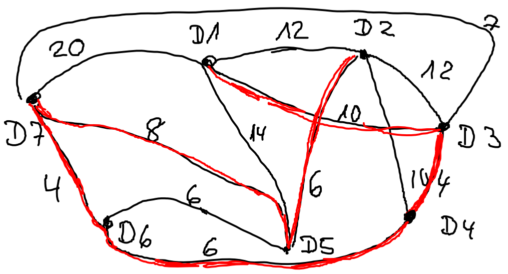
Antwort: $n - 1$ Kanten (1 Kante weniger als Knoten vorhanden sind)

Durchlaufen von Graphen bei bewerteten Digraphen bzw. gew. Graphen

Bp: Sieben Dörfer, die durch Straßen verbunden werden. Für die Straßen soll möglichst wenig Geld ausgegeben werden.

Kostenauflistung in folgender Adjazenzmatrix

	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
D1	0	12	10	0	14	0	20
D2	12	0	12	10	6	0	0
D3	10	12	0	4	0	0	7
D4	0	10	4	0	0	6	0
D5	14	6	0	0	0	6	8
D6	0	0	0	6	6	0	4
D7	20	0	7	0	8	4	0



Ziel: Straßenbau, so dass mit minimalen Kosten alle Dörfer über eine Straße zu erreichen sind!

Mathematische Formulierung: Suche für den Graphen einen minimal aufspannenden Baum (MST), das bedeutet zusammenhängender Graph mit Summe der Kantengewichte minimal!

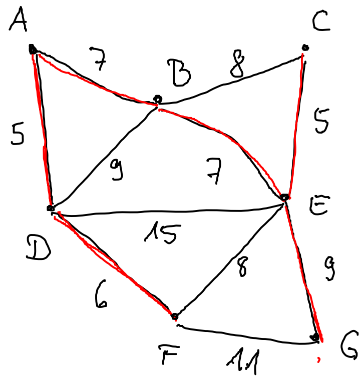
Für das Bp: Algorithmus von Kruskal

1) Kante mit dem geringsten Gewicht : D3 D4 : 4
2) weiter bei D3 bzw. D4 : Kante m. ger. Gewicht : D4 D6 : 6

D6 D7 : 4
D7 D5 : 8
D5 D2 : 6
D3 D1 : 10

$\sum$ 38

Bp:



AD : 5
DF : 6
AB : 7
BE : 7
EC : 5
EG : 9

$\sum$ 39

Nächstes Problem

Kürzeste Wege in bewerteten Graphen / Digraphen

single source shortest paths

all pairs shortest paths

→ Dijkstra - Algorithmus