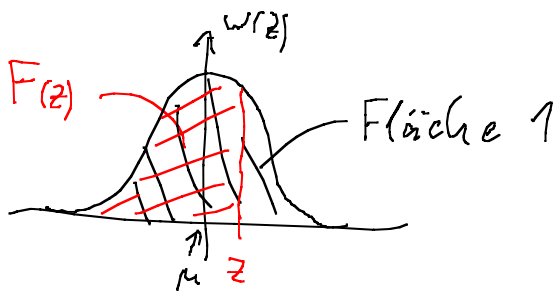
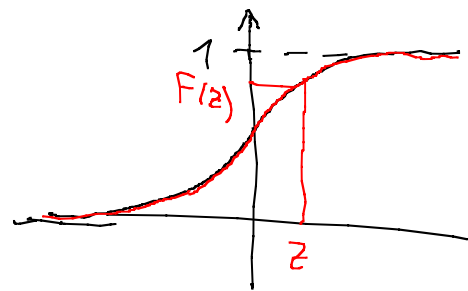


Mathe 2 V 09.04.2014

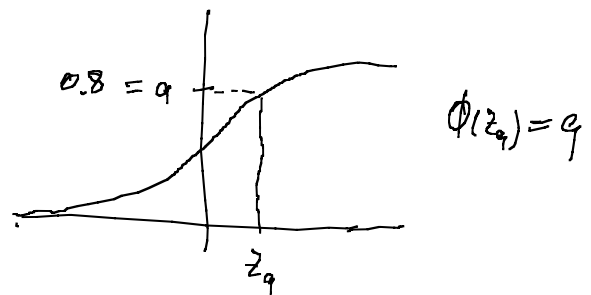


Dichte, Wahrscheinl.-dichte $w(z)$



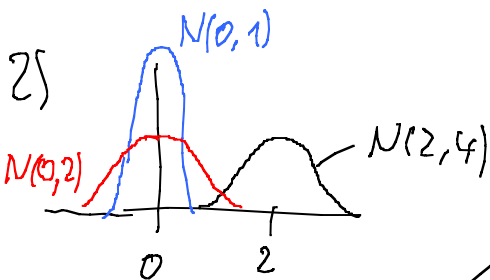
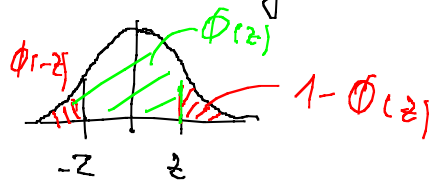
Verteilungsfunktion $F(z)$
 $= P(X \leq z)$

$F(z)$ für $N(0,1)$ heißt $\Phi(z)$



510-14 Regeln Normalverteilung

1) $\Phi(1-z) = 1 - \Phi(z)$



$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$ ist $N(0,1)$ verteilt
 und hat Verteilungsfkt Φ

3) $P(X \leq b) = P\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{b - \mu}{\sigma}\right) = P\left(z \leq \frac{b - \mu}{\sigma}\right) = P\left(\frac{b - \mu}{\sigma}\right)$

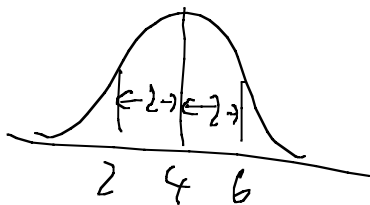
4) $P(a \leq X \leq b) = F(b) - F(a)$. Nun 3) verwenden

5) Von hinten: $1-q = \Phi(-z_q) \stackrel{1)}{\Leftrightarrow} 1-q = 1 - \Phi(z_q)$
 $\Leftrightarrow q = \Phi(z_q)$

Beispiel 0: normalverteilte Messwerte X mit $\mu = 4$, $\sigma = 2$
 Wie groß ist a) $P(X \leq 6)$, b) $P(X \geq 2)$

a) $P(X \leq 6) \stackrel{Nr. 3)}{=} \Phi\left(\frac{6-4}{2}\right) = \Phi(1) = 84.1\%$ $P(X \leq 2)$

b) $P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - F(2) \stackrel{Nr. 3)}{=} 1 - \Phi\left(\frac{2-4}{2}\right)$
 $= 1 - \Phi(-1) \stackrel{1)}{=} 1 - (1 - \Phi(1)) = \Phi(1) = 84.1\%$



2 und 6 gleich weit von $\mu = 4$ entfernt

Beispiel 1: $P(z \leq z_q) = 0.06 = q \stackrel{Nr. 5)}{\Leftrightarrow} 1 - 0.06 = P(-z_q)$
 $\Leftrightarrow 0.94 = P(-z_q) \stackrel{Tab.}{\Leftrightarrow} -z_q = 1.56$

$\stackrel{Nr. 6}{\Rightarrow} x_q = \sigma z_q + \mu = 0.2 \cdot (-1.56) + 1.75 = \underline{\underline{1.438}}$

Die kleinsten 6% aus der Gruppe haben Körpergröße $\leq 1.438m$

Ü1 $P(X > 2)$ für $\mu = 1.75$, $\sigma = 0.20$

Ü2 $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma)$



Lösung 1 Aufg. typ 1: $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{2 - \mu}{\sigma}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{2 - 1.75}{0.2}\right) = 1 - \Phi(1.25)$$

Tab.
 $= 1 - 0.8944 = \underline{\underline{10.56\%}}$

Lösung 2 $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = \Phi\left(\frac{\mu + \sigma - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\mu - \sigma - \mu}{\sigma}\right)$

$X \in N(\mu, \sigma)$

$$= \Phi(1) - \Phi(-1) = \Phi(1) - (1 - \Phi(1))$$

$$= 2\Phi(1) - 1 = \underline{\underline{68.2\%}}$$

Analog: $P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) = 2\Phi(2) - 1 = 95.5\%$

Satz von Moivre-Laplace n $\rightarrow \infty$



Binomialverteilung

Normalverteilung

$P(X \leq 3)$

blaue Fläche approximieren
 durch Integral bis $b = 3 + 0.5$
 $\Rightarrow$ daher $P(X \leq 3) = \Phi\left(\frac{3 - \mu + 0.5}{\sigma}\right)$