Vorlesung Mathe 2 16.6.14

Achtung: Schreibfehler in Probeklausur
Aufgabe 4b

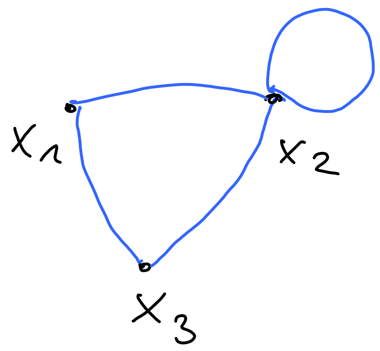
Richtig: $f(x,y) = y - x$

Knotengrad: $\gamma(x_i)$ = Zahl der Kanten, die im Knoten x_i "ansetzen"

$\gamma^+(x_i)$ = Zahl der Kanten in einem Digraphen, die in x_i "starten"

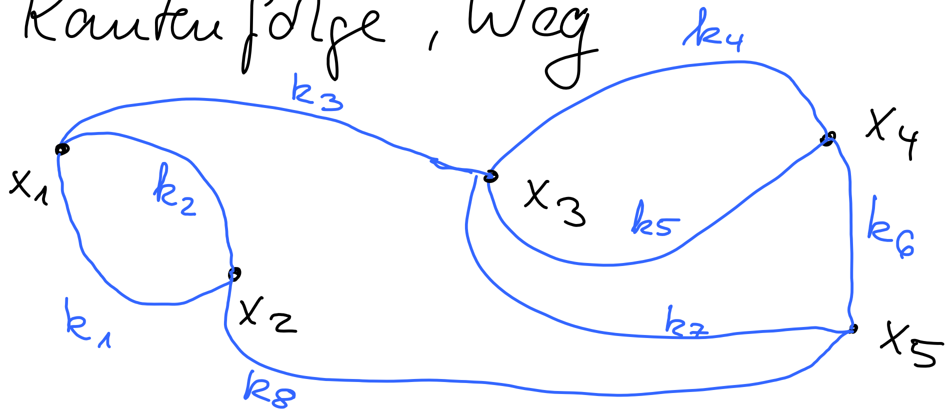
$\gamma^-(x_i)$ = Zahl der Kanten in einem Digraphen, die in x_i "ankommen"

Achtung: Schlingen zählen 2



$\gamma(x_2) = 4$

Def: Kantenfolge, Weg



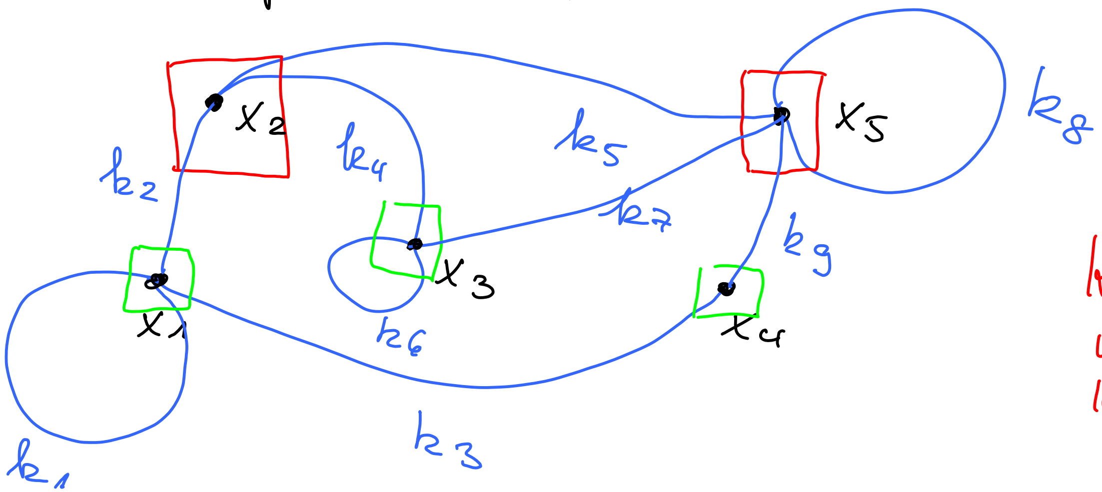
Kantenfolge : $k_8 \; k_7 \; \underline{k_5} \; k_4 \; \underline{k_5} \; k_6$

Kantenzug : keine Kante zweimal

Def: Eulersche Linie

Ein Kantenzug, der jede Kante des Graphen genau einmal enthält heißt Eulersche Linie

Bp.



Eulersche Linie : $k_8 \; k_5 \; k_2 \; k_1 \; k_3 \; k_9 \; k_7 \; k_6 \; k_4$

Knoten mit ungeradem Knotengrad

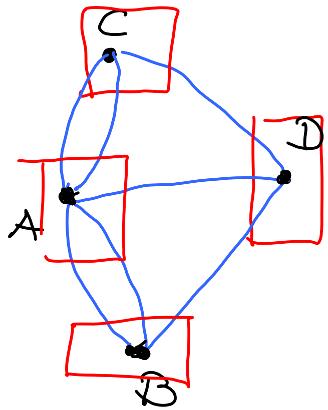
Knoten mit geradem Knotengr.

Satz: (Euler 1736)

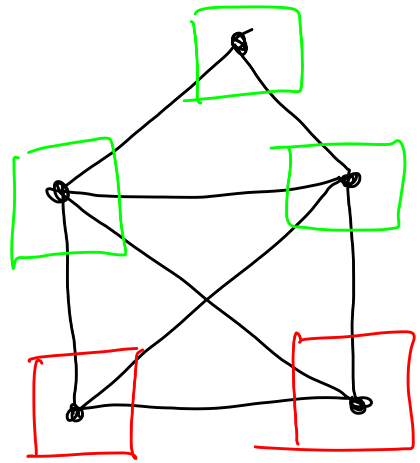
Ein endlicher ungerichteter, nicht notwendig schlichter Graph $G = (M, K, v)$ hat genau dann eine Euler'sche Linie, wenn G bis auf isolierte Knoten zusammenhängend und die Zahl z der Knoten mit ungeradem Grad 0 oder 2 ist, also $z = 0$ oder $z = 2$

Königsberger Brückenproblem:

4 Knoten mit ungeradem Knotengrad $\Rightarrow$ keine Eulersche Linie



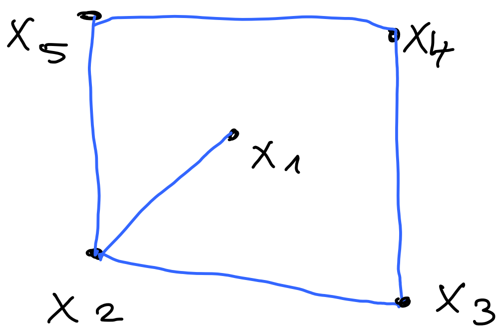
Bp: Haus vom Nikolaus

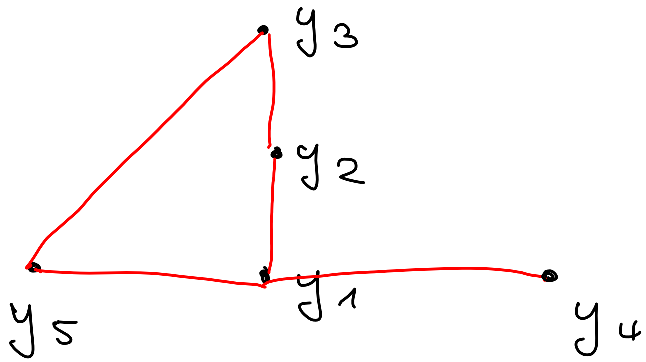


Isomorphe Graphen

Zwei Graphen heißen isomorph, wenn es eine bijektive Abbildung φ der Knotenmengen gibt, so dass gilt: (x_i, x_j) bzw. $[x_i, x_j]$

$\Leftarrow) \; (\varphi(x_i), \varphi(x_j))$ bzw. $[\varphi(x_i), \varphi(x_j)]$

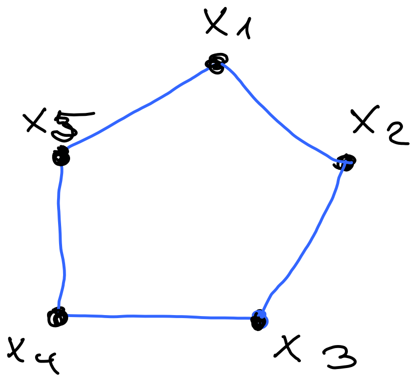


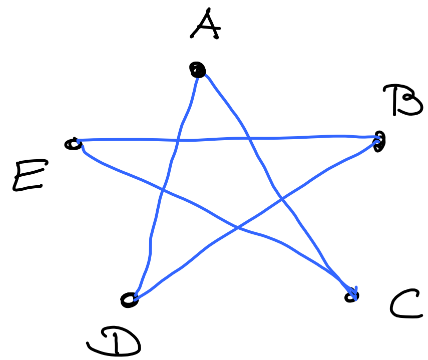


Graphen isomorph, da $\varphi(x_1) = y_4$ $\quad \varphi(x_3) = y_2$ $\quad \varphi(x_5) = y_5$

$\varphi(x_2) = y_1$ $\quad \varphi(x_4) = y_3$

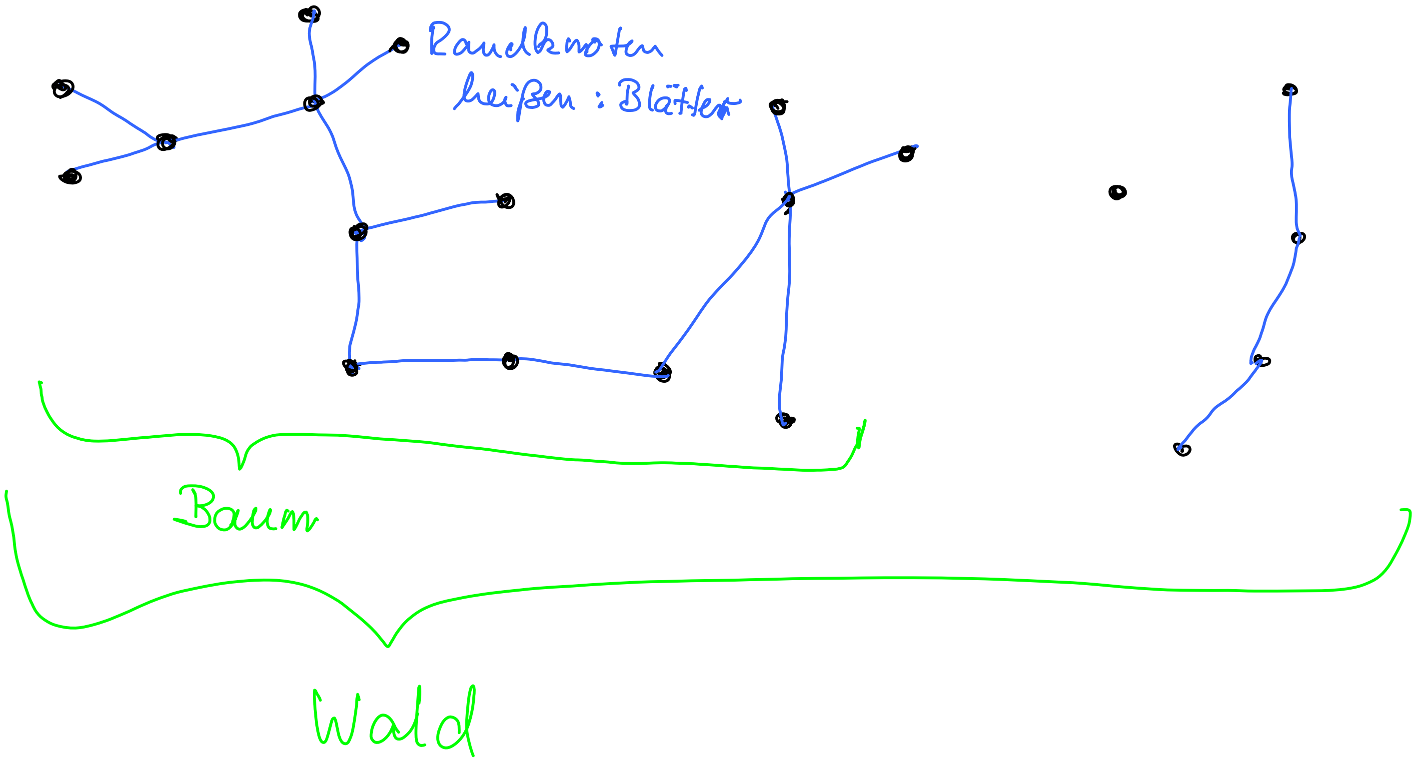
Bp. Skript Konen





auch diese beiden Graphen sind isomorph

Def: Bäume und Wälder



Baum: zusammenhängender Graph ohne geschlossene Kantenfolge

Es gilt in einem Baum:

Zwischen je zwei Knoten enthält der Baum genau einen Weg

$\Leftrightarrow$ Der Baum ist minimal zusammenhängend, falls eine Kante aus der Mitte entfernt wird, ist der Restgraph nicht mehr zusammenhängend

Def: Wurzelbaum

Ist ein Baum, dessen Kanten gerichtet sind

Somit kann ein Knoten als "Wurzel" bezeichnet werden

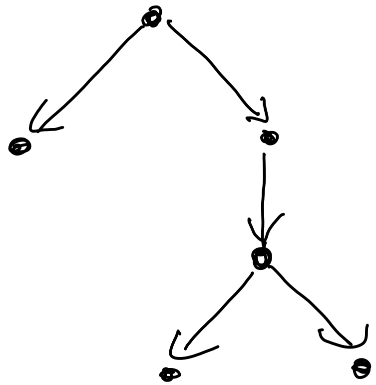
Wurzelbaum = gerichteter Baum

Out-Trees : Kanten gehen von der Wurzel aus

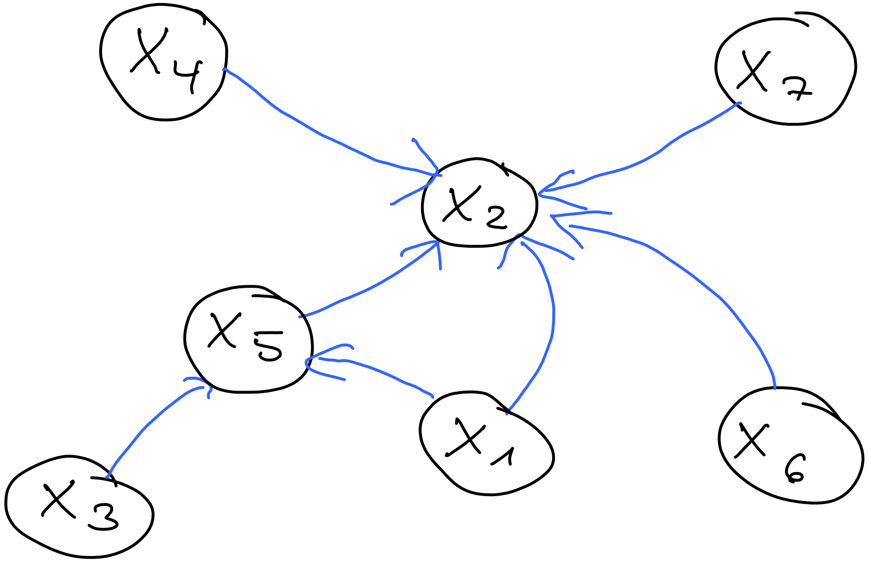
In-Trees : Kanten zeigen in Richtung der Wurzel

Bp.

Wurzel



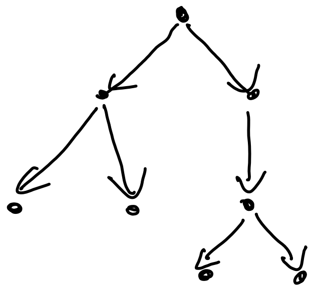
Out-Tree



In-Tree mit Wurzel x_2

Def: Niveau eines Wurzelbaumes

Wurzel



Variante 1	Variante 2
0	1
1	2
2	3
3	4

Anzahl der durchlaufenen Kanten

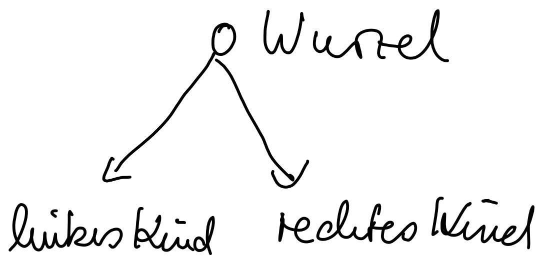
Anzahl der durchlaufenen Knoten

Höhe des Baumes : größte auftretende Niveau

Achtung : 2 Varianten der Höhenberechnung

Binärbaum

Ein Wurzelbaum, bei dem jeder Knoten höchstens zwei Nachfolger hat (genannt Kindknoten)



Üblicherweise: Binärbäume sind Out-Trees

Wurzel hat den Eingangsgrad 0

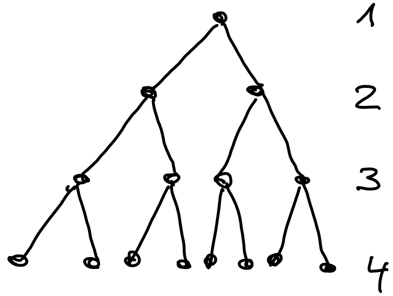
andere Knoten haben Eingangsgrad 1

Ausgangsgrad: max. 2

Knoten mit Ausgangsgrad ≥ 1 heißen innere Knoten

" " " 0 " Blätter

Bp:



vollständiger Binärbaum

Höhe eines vollständigen Binärbaumes sei h

Anzahl der Knoten:

$$2^h - 1$$