

Übungsblatt 6 Integralrechnung + Wdh.

Aufgabe 6.1 Wiederholung (Klausuraufgaben)

- a) Erläutern Sie, wann eine Folge $a_n \in O(n^2)$ ist!
 b) Finden Sie die „beste“ $O()$ -Abschätzung für $n \rightarrow \infty$ aus der Menge $\{O(1), O(\lg(n)), O(n), O(n \lg(n)), O(n^2), O(2^n)\}$ für

$$(i) \frac{3n^2 + 5n}{n + 1} \qquad (ii) \frac{3n(n + \lg n)}{5}$$

- c) Wie viele Stellen (vor dem Komma) haben 2^{567} und 3^{1000} ?

Aufgabe 6.2 Integrale und Stammfunktionen

Bestimmen Sie die nachfolgenden bestimmten Integrale sowie ihre Stammfunktionen!

$$(a) \int_0^1 \sqrt{x} dx$$

$$(b) \int_{-1}^1 x dx$$

$$(c) \int_{-1}^1 x^2 dx$$

- (d) Fällt Ihnen bei (b) und (c) etwas auf? Kann man das verallgemeinern? Verwenden Sie

diese Erkenntnis, um möglichst einfach $\int_{-23}^{23} f(x) dx$ zu berechnen, wobei entweder

$f(x) = \sin(x)$ oder $f(x) = \cos(x)$ gilt.

Aufgabe 6.3 Substitutionsregel

$$(a) \int \cos(\pi - 2x) dx$$

$$(b) \int_0^2 \sqrt[3]{\left(\frac{x}{4} - 2\right)^2} dx$$

$$(c) \int x(x^2 + 3)^4 dx$$

$$(d) \int_0^1 \sin(x) e^{\cos(x)} dx$$

Aufgabe 6.4 Partielle Integration

$$(a) \int x e^x dx$$

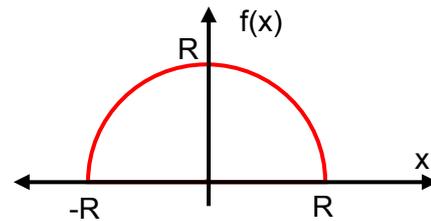
$$(b) \int \ln(x) dx$$

[Hinweis zu (b): Schreiben Sie $\ln(x)$ als Produkt $1 \cdot \ln(x)$.]

Bereiten Sie die Aufgaben für den 24.03.2014 so vor, dass Sie in der Lage sind, Ihre Lösungen vorzutragen.

Aufgabe 6.5 Kugelvolumen

- (a) Welche Funktion $f(x)$ beschreibt den nebenstehend gezeichneten Halbkreis?
- (b) Berechnen Sie das Volumen einer Kugel mit Radius R , indem Sie den Halbkreis um die x -Achse rotieren lassen. Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Formelsammlung!

**Aufgabe 6.6 Uneigentliche Integrale**

Welche der folgenden uneigentlichen Integrale sind konvergent? Was ist im Falle der Konvergenz ihr Grenzwert?

(a)
$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x+1)^2 + 1}$$

(b)
$$\int_1^{\infty} \frac{(x+1)}{x^2} dx$$

[Hinweis: Die Ableitung von $\arctan(z)$ ist: $\frac{1}{z^2+1}$]