

Übungsblatt 7 Statistik

Aufgabe 7.1 Beschreibende Statistik

Gegeben sei die folgende Stichprobe von Messwerten z

z	0.1	0.15	0.2	0.2	0.25	0.3	0.31	0.35
	0.7	1.0	1.0	1.1	1.5	2.5	2.5	2.7
	2.8	2.95	3.1	3.1	3.15	3.15	3.2	4.0
	4.2	5.2	7.5	10.5	10.7	20.0	25.5	31.5

- (a) Ermitteln und zeichnen Sie Histogramm und Häufigkeitsverteilungsfunktion für die Klasseneinteilungen
- $[0,4], [4,8], [8,12], \dots, [36,40]$
 - $[0,8], [8,16], [16,24], [24,32]$
- (b) Berechnen Sie Mittelwert, Median und Standardabweichung für diese Stichprobe.
- (c) Berechnen und zeichnen Sie den Box-Plot für diese Stichprobe.

Aufgabe 7.2 Kombinatorik

Wie viele Wörter über dem Alphabet $\{v,w,x,y,z\}$ mit 10 Buchstaben gibt es, die genau 8 z 's enthalten? Wie viele Wörter enthalten mehr als 7 z 's?

Aufgabe 7.3 Kombinatorik

- a) Eine Klausur mit 5 Aufgaben wird aus dem Fundus der Probeklausuren zusammengestellt: 2 Aufgaben aus der Statistik und 3 aus der Linearen Algebra. Der Fundus enthält 5 Statistikaufgaben und 6 Lineare-Algebra-Aufgaben. Wie viele verschiedenartige Klausuren sind möglich?
- b) Wie viele nichtnegative 4-stellige Zahlen gibt es, für die jede i -te Ziffer eine durch i teilbare Zahl ist? (0 ist durch keine Zahl teilbar)

Aufgabe 7.4 Kombinatorik

- c) 5 Würfel werden gleichzeitig geworfen. Wieviel Wurfresultate gibt es?
- d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit 3 Würfeln mindestens 2 Fünfer zu erzielen?
- e) Ein Würfel wird fünfmal geworfen. Wie viele Ergebnisse gibt es? Wie wahrscheinlich ist es, mit einer Eins zu beginnen und einer Fünf zu enden?

Aufgabe 7.5 Mammographie

Die Wahrscheinlichkeit für Frauen, an Brustkrebs zu erkranken, beträgt 1%. Ein Mammographie-Test mit Ergebnis „pos“ oder „neg“ hat folgende Zuverlässigkeitsquoten:

	krank	gesund
pos	95%	10%
neg	5%	90%

also fällt der Test für kranke Frauen zu 95% positiv und zu 5% negativ aus, d.h. $P(\text{pos}|\text{krank}) = 95\%$.

- Wenn für eine zufällig ausgewählte Frau der Test positiv ausfällt, mit welcher Wahrscheinlichkeit ist sie dann krank?
- Wie ändert sich diese Wahrscheinlichkeit, wenn der Test bei gesunden Frauen nicht nur zu 90% negativ ausfällt, sondern zu 99% negativ?

Aufgabe 7.6 Geburtstag

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass von 10 Personen mindestens 2 am gleichen Tag Geburtstag haben? Erst "aus dem Bauch heraus" schätzen, dann ausrechnen! Wie lautet die Formel allgemein für k Personen? Ab welcher Gruppengröße lohnt sich im Schnitt eine Wette: "Wetten, dass in dieser Gruppe mindestens 2 Personen am gleichen Tag Geburtstag haben?"

Hinweis: Betrachte komplementäres Ereignis "keine 2 Personen haben am gleichen Tag Geburtstag".

OPTIONAL {in MAPLE oder Excel/VBA oder Java}: Schreiben Sie eine Prozedur, mit der Sie zahlreiche Gruppen variabler Größe simulieren können und überprüfen Sie so empirisch Ihre Ergebnisse.

Aufgabe 7.7 Hellseher

Ein Hellseher wirbt mit folgender Anzeige:

**Sage werdenden Eltern das Geschlecht ihres Kindes voraus.
Bei Nichteintreffen Geld zurück!**

Die Vorhersage kostet 100€, der Hellseher wirft eine Münze. Die Wahrscheinlichkeit einer Mädchengeburt sei 0.465. Berechnen Sie das mittlere Jahreseinkommen des Hellsehers, wenn 100 Anfragen je Monat eintreffen. Mit welcher Strategie kann er sein Jahreseinkommen (bei gleichem Tarif) verbessern?

Hinweis: Stellen Sie eine Zufallsvariable "Gewinn" auf und berechnen Sie ihren Erwartungswert.

Aufgabe 7.8 Binomialverteilung

Eine Serienproduktion von Transistoren hat einen gleichbleibenden Ausschuss-Anteil von $p=3\%$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Stichprobe von $n=50$ entnommenen Einheiten

- (a) keine, (b) genau zwei, (c) höchstens zwei

fehlerhafte Bauteile sind?

Wie groß sind Erwartungswert und Varianz der Anzahl X der fehlerhaften Bauteile in der Stichprobe?

Aufgabe 7.9 Normalverteilung 1

Es sei bekannt, dass in einem Rechnernetz pro 1000 übertragener Pakete die Anzahl X der fehlerhaft übertragenen Pakete normalverteilt sei mit Mittelwert $m=80$ und Standardabweichung $\sigma=15$. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür,

- (a) dass weniger als 50 aus 1000 Paketen
(b) dass mehr als 100 aus 1000 Paketen

fehlerhaft übertragen werden.

Hinweis: Tabelle der Funktion $\Phi(x)$ aus Formelsammlung benutzen.

Aufgabe 7.10 Normalverteilung 2

Sie sind Sys-Admin. Die durchschnittliche Wartezeit zwischen zwei Hacker-Attacken auf Ihrem zentralen Server sei $N(48h,6h)$ -verteilt. Gerade ist eine Attacke passiert. In welchem Zeitintervall ist mit 82% mit der nächsten Attacke zu rechnen?

Aufgabe 7.11 Normalverteilung 3 (aus einer Klausur)

Bei der Fertigung von SSD-Chips treten 20% ‚Bad Blocks‘ (defekte Datenblöcke) auf.

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass unter 100 Blöcken $X=25$ oder mehr ‚Bad Blocks‘ sind.
b) Bestimmen Sie ein zu 20 symmetrisches Intervall mit der Eigenschaft, dass die Anzahl der ‚Bad Blocks‘ mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% in diesem Intervall liegt.

Hinweis zu b): Verwenden Sie den Grenzwertsatz von De Moivre-Laplace. Überprüfen Sie zunächst, ob Sie ihn anwenden dürfen. Entnehmen Sie die Werte der Standardnormalverteilung einer geeigneten Tabelle.

Aufgabe 7.12 (NEU) Zufallsvariable mit dreieckigem $w(t)$

Sei X eine Zufallsvariable mit dreiecksförmiger Wahrscheinlichkeitsdichte

$$w(t) = \begin{cases} \alpha t & \text{für } 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

- (a) Zeichnen Sie $w(t)$ und bestimmen Sie die Konstante α !
(b) Welchen Mittelwert $E(X)$ hat die Zufallsvariable X ?
(c) Überlegen Sie eine sinnvolle Definition des Median t_m für eine stetige Zufallsvariable X und berechnen Sie t_m für die konkrete Dichte $w(t)$.