Bereiten Sie die Aufgaben für den 05.05.14 so vor, dass Sie in der Lage sind, Ihre Lösungen vorzutragen.

Übungsblatt 8 Komplexe Zahlen

In den nachfolgenden Aufgaben bezeichnet i jeweils die imaginäre Einheit.

Aufgabe 8.1 Rechnen mit komplexen Zahlen

Berechnen Sie:

a) $4i - 5 + i(1 - i)$

b) $|4 + 6i| - |4 - 6i|$

c) $\dfrac{3+2i}{3-2i}$

d) $\dfrac{i}{cos(\frac{\pi}{3}) - i\,sin(\frac{\pi}{3})}$

Aufgabe 8.2 Darstellungsformen komplexer Zahlen

Ergänzen Sie die jeweils fehlenden Darstellungsformen

	kartesische Form	Polarform	
		trigonom. Form	Exponentialform
a)		$\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2})$	
b)			$2e^{i\pi}$
c)	$-i$		
d)			$\sqrt{45}e^{i\varphi}$
e)	$4 - 12i$		

Bei d) sei $\varphi = \arctan(-2) + \pi$

Aufgabe 8.3

Man berechne Real- und Imaginärteil von

$$z = (1 + \sqrt{3} \cdot i)^5$$

Aufgabe 8.4 Graphisches Rechnen mit komplexen Zahlen

Gegeben sind die beiden komplexen Zahlen: $z_1 = 1 - 5\,i$; $z_2 = 4 + 3\,i$.

a) Addieren und subtrahieren Sie die Zahlen graphisch in der Gaußschen Zahlenebene. Zeichnen Sie die konjugiert komplexe Zahl zu z_1 ebenfalls ein.

b) Man stelle z_1 und z_2 in Exponentialform dar. Bilden Sie nun z_1^2, $\sqrt[3]{z_1}$, $z_1 \cdot z_2$ ebenfalls mit graphischen Methoden.

Bereiten Sie die Aufgaben für den 05.05.14 so vor, dass Sie in der Lage sind, Ihre Lösungen vorzutragen.

Aufgabe 8.5 Additionstheoreme

Leiten Sie die "normalen" Additionstheoreme

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

aus der Eulerschen Formel (Satz S 11-4) her.

Aufgabe 8.6 Lösung algebraischer Gleichungen

Man bestimme für z alle Lösungen $z_k \in \mathbf{C}$ in kartesischer Form.
Zeichnen Sie die $z_k \in \mathbf{C}$ in der komplexen Ebene!

a) $z^6 - 64 = 0$ b) $(2+2\sqrt{3}\cdot i)z = 8e^{i\cdot\pi}$ c) $z^2 = i$

Aufgabe 8.7

λ sei eine beliebige reelle Zahl. Bestimmen Sie die zwei komplexen Lösungen der folgenden Gleichung mittels quadratischer Ergänzung:

$$z^2 - (\lambda - 2i)z - (1+\lambda i) = 0$$

Ermitteln Sie <u>Real- und Imaginärteile</u> von $z_{1,2} \in \mathbf{C}$. Stellen Sie beide Lösungen auch in der <u>Exponentialform</u> $z = r\cdot e^{i\varphi}$ dar.